Årg. 38:4 Dec. 1955

ELEMENTA

Tidskrift för matematik, fysik och kemi

FJÄRDE HÄFTET

O. Lindstad, Noen vekselstrømsforsök i skolen 229

Helmer Bäckström, Skärpedjupsfrågan vid fotografisk avbildning 233

Josef Andersson, Om fjärdegradsparabeln 241

Torsten Wilner, Försök med Foucaults pendel 245

Torsten Wilner, Från Atomkonferensen i Genéve 250

Torbjörn Ljunggren, Om tröghetskrafter 253

Aktuellt: B. Adell, Föreningen i Lund för matematisk-naturvetenskaplig undervisning. Från höstmötet 26—27 nov. 1955; B. Gustaver, Föreningen för matematisk-naturvetenskaplig undervisning. Meddelande om årsmötet i jan. 1956. — Preliminärt medd. om Nordiskt kemistmöte 21—26 aug. 1956 260

Gradualavhandlingar: Birger Drake; Lars Sihlbom; Inger Brattsten; Olof Beckman 262

Bokanmälningar: se omslagets andra sida.

Problemavdelning:

Matematiska uppgifter (red. av S. Bågman) 286
Matematiska och fysikaliska uppg. i studentexamen nov. 1955 289
Realexamen h.t. 1955: Provräkning 294
Praktisk realexamen h.t. 1955: Uppg. i fysik, Uppg. i kemi med laborationsteknik, Uppg. i beskrivande maskin- och byggnadslära 295

Insänd litteratur 299

Författare i detta häfte se första annonsbladet.

Annonsörer: Rudolph Grave; Lindståhls Bokhandel; Norstedt & Söner; Svenska Bokförlaget.

Observera meddelandet å första annonsbladet!

REDAKTION OCH EXP.: Karlbergsv. 16IV STOCKHOLM

ELEMENTA

Årligen fyra häften (mars, juni, sept., dec.). Prenumeration sker genom inbetalning å postgiro 527 55; pr år kr. 15:—, pr häfte kr. 4:25. Tidskriften sändes som utgivarkorsband.

Redaktör och utgivare: C. E. Blom.

Karlbergsv. 16, Stockholm.

Tidigare årg. Vänd Eder direkt till red. med en förfrågan. Av årg. 1—13 är flera ofullständiga. Priset pr årg. (i häften) är för årg. 14 (1931) t.o.m. 34 (1951) kr. 10:— för årg. 35—38 kr. 12:50.

Pärmar av grön klot à 3:—+25 öre i porto; varje pärm är avsedd för två årg.: 1—2, 3—4, t. o. m. 37—38.

Problemhäften för åren 1943—52 à kr. 1:20, för 1953—1955 à kr. 1:40. Innehåll: Student- o. realex.-uppg. i matem. o. fysik med svar och anvisningar.

Särtryck ur ELEMENTA:

2. M. Sjöström, Vätskors och gasers strömning, kr. 2:—.
3. M. Sundqvist, Teorien för de moderna glasögonen, kr. 2:—.
6. S. Comét, Matrisräkning, kr. 2:—
7. H. Henrikson, Om segelflygning och dess energikällor i atmosfären, kr. 2:40.
8. K.-B. Augustinsson, Vitaminernas kemi, kr. 2:—.
9. L. G. Sillén, Kemiska reaktionsformler, kr. 2:60.
10. L. G. Sillén, Kemistens hjärna - ett utrymmesproblem, kr. 2:—.
11. C.-E. Fröberg—G. Kjellberg—O. Boivie, Siffermaskiner och hålkortsmaskiner, kr. 3:—.
12. Karin Aurivillius, Analysvågen, kr. 2:40.
13. Uno Trägårdh, Primär- och sekundärelement, kr. 2:40.
14. K.-B. Augustinsson, Enzymkemi, kr. 2:60.

»Problemhäfte 1955» à kr. 1:40 har utkommit.

Problemhäften och övriga särtryck sändes pr korsband (porto 15 öre) om inbetalning sker till postgiro 527 55, Elementa, Karlbergsvägen 16, Stockholm

---

En komplett Elementa-serie omfattande årg. 1—30 (1917—1947), bundna i 15 förlagsband, säljes genom Elementas exp. Pris 415 kr.

Bokanmälningar: Thébault, Parmi les belles figures de la géométrie dans l'espace; Erdélyi/Magnus m.fl., Higher Transcendental Functions; Riesz/Sz.-Nagy, Leçons d'analyse fonctionelle; Lichnerowicz, Théories relativistes de la gravitation et de l'életromagnétisme; Taton, Causalités et accidents de la découverte scientifique; Einstein, Sur l'électrodynamique des corps en mouvement; Le Bel, Magnetisk inspelning på band och tråd; Bellander, Grammofonavspelning i teori och praktik; Luminiscence (Föredrag vid konferens i Cambridge 7—10 april 1954); Beranek, Acoustic Measurements; Beranek, Acoustics; Garrett, Magnetic Cooling; London, Superfluids, Vol. II; Lenihan, Atomic Energy and its Applications; Jay, Atomic Energy Research at Harwell; Laura Fermi, Atoms in the Family. My Life with Enrico Fermi; Blackwood/Osgood/Ruark, An Outline of Atomic Physics; Linfoot, Recent Advances in Optics; Vogl, Instrumentaloptik; Hirschfelder/Curtiss/Bird, Molecular Theory of Gases and Liquids; Keyhoe, Flygande tefat; Bishop, Från gnistan till lysröret; Powel, Principles of Electric Utility Engineering; Withey/Washa, Materials of Construction; Mills/Hayward/Rader, Materials of Construction; Hermans, Introduction to Theoretical Organic Chemistry; Openshaw, A Laboratory Manual of Qualitative Organic Analysis; Mavrodineanu/Boiteux, L'analyse spectrale quantitative par la flamme; Vinal, Storage Batteries; Bohlin, Räkneuppgifter i elektroteknik 267

Bilagor: Lindståhls Bokhandel; Elementa inbetalningskort.

Att beakta

Prenumerationspriset för år 1956 är kr. 15:—

Rekvirera tidskriften genom att inbetala avgiften å postgiro 527 55. Observera bilagda portofria inbetalningskort. Det medföljer försändelser till privata abonnenter. Till bibliotek, skolor, institutioner etc. har fakturor utsänts 22. 11. 1955.

Det är av stor betydelse att prenumeration göres redan i december. Härigenom underlättas väsentligt red.:s expeditionsarbete, och abonnenten försäkrar sig om att erhålla marshäftet — som utkommer redan i februari — vid första utsändningen omedelbart efter tryckningen. Den andra utsändningen sker först i mitten av mars.

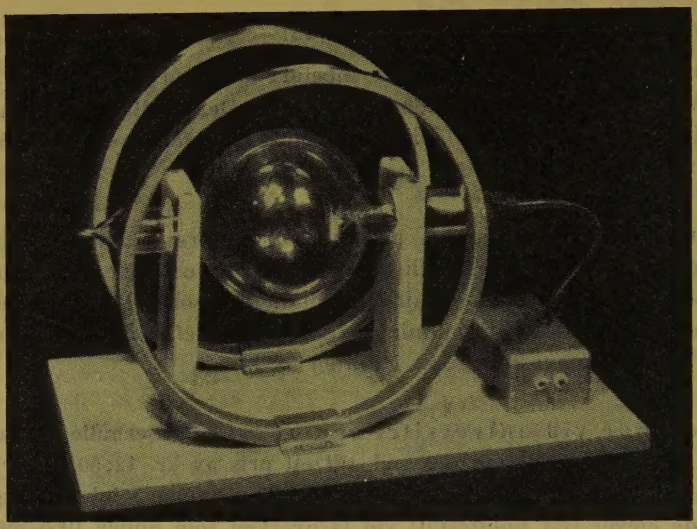
Studerande vid universitet och högskolor erhåller tidskriften vid direkt prenumeration hos red. till ett pris av kr. 12: 50. Hänvisning göres vid inbetalningen till studentkatalog. Se bifogade inbetalningskort. Även de elever (ett hundratal) vid läroverken som under 1955 mottagit tidskriften som premium kan erhålla årg. 1956 till kr. 12: 50.

Tidskriften under 1955

Under rubriken »Elementa 1954» lämnades i dec.h. 1954 s. 263 några data belysande tidskriftens innehåll och spridning. Denna översikt gäller i stort sett även för 1955 med det tillägget att abonnentantalet ökat väsentligt under året. Upplagan har stigit successivt, under de senaste tjugo åren har den mer än tredubblats.

Red. och exp.: Karlbergsv. 16, Stockholm. Postgiro 527 55

Författare i detta häfte: lektor B. Adell, Lund; lektor R. Agrelius, Norrköping; fil. dr. J. Andersson, Vaxholm; docent O. Beckman, Uppsala; lektor B. Å. Bengtsson, Gävle; civiling. U. Bergenlid, Stockholm; fil. lic. G. Björck, Stockholm; fil. dr. Inger Brattsten, Uppsala; prof. H. Bäckström, Stockholm; fil. dr. B. Drake, Göteborg; lektor B. Englund, Uppsala; fil. lic. W. Forsling, Stockholm; civiling. T. Gussing, Arboga; lektor B. Gustaver, Stockholm; fil. lic. G. Günther, Stockholm; docent E. Ingelstam, Stockholm; laborator A. Johansson, Stockholm; lektor C. V. Jonsson, Ludvika; lektor T. Jönsson, Stockholm; civiling. B. Kredell, Stockholm; laborator J. O. Linde, Stockholm; lektor O. Lindstad, Oslo; lektor T. Ljunggren, Stockholm; lektor E. Nilsson, Stockholm; docent H. Ringgren, Uppsala; prof. K. Siegbahn, Uppsala; fil. dr. L. Sihlbom, Stockholm; prof. J. Tandberg, Stockholm; docent U. Trägårdh, Stockholm; docent S. Wideqvist, Uppsala; civiling. T. Wilner, Stockholm; civiling. U. Åberg, Stockholm.



Leybold nr 55557, 55558

Elektronstrålerör

för bestämning av elektronernas spec. laddning e/m. Med hjälp av det gasfyllda elektronstråleröret kan man tydligt påvisa de magnetiska och elektrostatiska inverkningarna på den *synliga* elektronstrålen.

Utförliga försöksbeskrivningar medföljer röret.

Specialprospekt skickas gärna på begäran.

RUDOLPH GRAVE AB

SKOLAVDELNINGEN

Malmskillnadsgatan 48 c, Box 3082, Stockholm 3, Tel. 23 37 80

Malmgatan 10, Box 6058, Malmö 6, Tel. 381 25

Noen vekselströmsforsök i skolen

Av lektor O. Lindstad, Oslo

Når en skal arbeide med vekselström i skolen, vil antagelig de fleste måtte ty til lysnettet, altså bruke en spenning som har frekvensen 50 p/s. Ved hjelp av denne strömkilde undersökes induktiviteten hos spoler, kapasiteten hos kondensatorer, serie-resonans, parallell-resonans osv.[1] Det er imidlertid en mangel ved disse forsök som utnytter nettets spenning, frekvensen er for lav. Det er lett å innse at det er store fordeler om en kan benytte en atskillig större frekvens, da vil det typiske ved vekselströmmer komme tydeligere fram.

En strömkilde med en forholdsvis höy frekvens kan skaffes på forskjellig vis. Man kan f. eks. ha en omformer, hvor motorsiden er koblet til trefase-nettet og hvor generatoren leverer vekselspenning med frekvens 500 p/s. Slike omformere som her er nevnt brukes i det praktiske liv, f. eks. ved radar-anlegg. (En passende tone-generator må også kunne brukes.) En generator bör være slik at dens frekvens holder seg (tilnærmet) konstant, selv om belastningen varieres. Det er en verdifull egenskap ved flere forsök.

Måling av frekvensen. Frekvensen kan finnes ved å måle reaktansen hos en kondensator med kjent kapasitet. På fig. 1 er V et voltmeter til å måle spenningen U over en kondensator K med kapasiteten C, og amperemeteret A viser strömstyrken I. Kondensatorens reaktans X_C er da lik forholdet U/I. Videre er

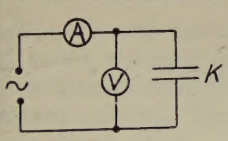


Fig. 1. Måling av frekvensen.

$$X_C = \frac{1}{2\pi f C} \qquad (1)$$

og av denne ligning finner vi den sökte frekvens f. Denne oppgave egner seg bra som elevövelse (forutsatt at man har sörget for at generatorens spenning er tilkoblet hvert arbeidsbord i laboratoriet).

Måling av små kapasiteter. Når strömkildens frekvens f er funnet, kan vi gå fram slik for å få rede på den ukjente kapasitet C hos en eller annen kondensator. Först finner vi kondensatorens reaktans som nevnt foran, og av ligning (1) beregner vi så C. Når kapasiteten er meget liten, er nettfrekvensen 50 p/s alt for lav til å gi oss bra resultater. Reaktansen X_C blir nemlig så stor at den blir vanskelig

[1] Enligt i Sverige införd terminologi benämnes numera kapacitet och induktivitet (självinduktionskoefficient) resp. kapacitans och induktans. *Red.*

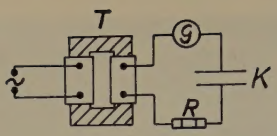


Fig. 2. Måling av små kapasiteter.

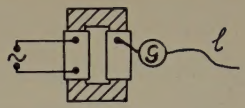


Fig. 3. Kapasitet hos en enkelt ledning.

å bestemme. Men med frekvensen 500 blir saken enklere. På fig. 2 er T en transformator, som transformerer opp spenningen til f. eks. 1000 volt. K er en plate-kondensator med et par millimeters luftlag og G et vekselströms-galvanometer. Dette bör være så fint-følende at helt utslag svarer til 1 milli-ampere. For sikkerhets skyld plaserer vi en motstand R på noen megohm i kretsen. I tilfelle overslag mellom kondensatorens plater eller en feilkobling vil motstanden hindre ödeleggelse av galvanometeret. Av spenningen U og strömstyrken I får vi impedansen $Z=U/I$. Videre er

$$Z^2=R^2+X_C^2$$

og herav finner vi X_C. Når denne er beregnet, får vi til slutt kapasiteten C ved hjelp av ligning (1). Som resultat får vi kanskje et par hundre pikofarad. Ved å variere avstanden mellom platene finner en den virkning det har på kapasiteten. Og plaseres glass eller et annet isolerende stoff mellom platene, finner vi stoffets relative dielektrisitetskonstant.

Med så höy frekvens og fintfölende galvanometer kan vi påvise kapasitet, selv om vi har for oss en enkelt ledning, som vist på fig. 3. Hvis vi erstatter galvanometeret med en telefon, kan vi tydelig höre en tone (frekvens 500) som tegn på at ledningen l har en merkbar kapasitet.

Måling av induktiviteten i tomme spoler. Vi har f. eks. en tom spole med 1200 vindinger. Vi måler likeströms-motstanden eller resistansen R og impedansen Z. Reaktansen er da

$$X_L=\sqrt{Z^2-R^2}$$

Videre er

$$X_L=2\pi fL$$

og herav kan vi beregne den sökte störrelse L.

På denne måten kan vi nok gå fram hvis vi bruker vanlig nettfrekvens 50, men det viser seg at R spiller så stor rolle at verdien av X_L blir nokså usikker. Meget bedre er det når vi kan bruke frekvensen 500. Da blir nemlig X_L helt dominerende over R. Vi finner f. eks. at R=12 ohm og X_L=ca 100 ohm. I så fall blir L=ca 0,03 henry.

Det kan være naturlig å sammenligne spoler med forskjellig vindingstall, og vi finner da ved forsökene at L er proporsjonal med kvadratet av vindingstallet.

Transformering. Det er lett å innse at en höy frekvens har store fordeler ved transformering. Transformatoren trenger jo meget mindre jernmasse (for et bestemt valg av spolenes vindingstall) og blir derfor lettere og hendigere. Eller omvendt: Har vi en viss jernkjerne, trenger vi ikke så store vindingstall på spolene. Det kan lett demonstreres ved forsök.

Resonans. Når vi bruker nettfrekvensen ved resonans-forsök, trenger vi spole med sluttet jernkjerne for å få tilstrekkelig store verdier for den induktive reaktans. Men her er det visse ulemper: Magnetiseringsmotstanden (som beror på hvirvelströms- og hysteresetap) er jo å betrakte som en resistans i tillegg til spolens tråd-resistans og gjerne mange ganger större enn den siste (forholdstall f. eks. 50). Dessuten er denne jern-resistans nokså brysom å måle. Som vi forstår, er det derfor en stor fordel å bruke så stor frekvens at vi kan arbeide med spoler uten jern (eller meget lite jern). Resonans-fenomenene kommer da meget tydeligere fram.

Et resonans-forsök vises på fig. 4. I kretsen er det en kondensator K og to tomme spoler, hver med 1200 vindinger. Vi har da tilnærmet

$$C = 1\ \mu\text{F},\ X_C = 300\ \Omega,\ R = 24\ \Omega,\ X_L = 200\ \Omega$$

For å oppnå resonans, må vi öke spolens reaktans litt, og det oppnår vi ved å stikke en jernkjerne forsiktig litt innover i en av spolene til galvanometeret viser maksimum strömstyrke. Etter teorien skulle nå strömstyrken være lik U/R, og det viser seg at vi kommer nokså nær denne verdi.

Tilsvarende forsök kan en gjöre ved parallell-kobling av spolene og kondensatoren. Vi skyver kjernen litt innover i den ene av spolene til galvanometeret viser minimum av strömstyrke. Ved beregning finner vi at parallell-kretsens impedans (som nå er en resistans) er meget stor.

Problemoppgaver. Vi har en generator (motor-omformer) med frekvens 500 og hvor magnetfeltet er konstant.

a) Til generatoren er koblet i serie en spole med 1200 vindinger (og rett jernkjerne) og et galvanometer. Når motoren i omformeren blir slått av, vil rotasjons-hastigheten synke og likeså spenningen som generatoren leverer. Man skulle vente at også strömstyrken synker samtidig, men det gjör den ikke. Galvanometeret viser lenge omtrent konstant utslag!

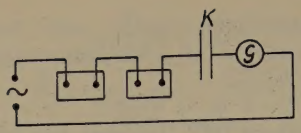


Fig. 4. Resonans.

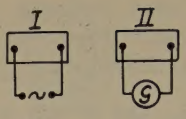
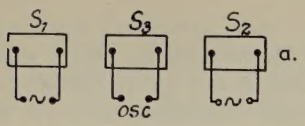


Fig. 5. Magnetisk skjerming.

b) En strömkrets består av en seriekobling av en tom spole med 1200 vindinger, en kondensator med kapasitet 6 mikrofarad og et galvanometer. Ved frekvens 500 er X_C mindre enn X_L. Når motoren i omformeren blir slått av, ser vi på galvanometeret (i generatorkretsen) at strömstyrken stiger! Tilsvarende forsök ved parallellkobling.

Magnetisk skjerming. På fig. 5 har vi to spoler, hver med vindingstall 1200. Spole I påtrykkes en vekselspenning og galvanometeret G viser at det er induktiv overföring mellom spolene. Mellom spolene kan settes en metallplate, f. eks. av kobber. Hvis frekvensen er 50, merker vi ingen forskjell för galvanometeret om platen står der eller ikke. Men er frekvensen 500, ser vi tydelig at platen skjermer. Det svingende magnetfelt fra spole I frembringer strömmer i platen, og disse strömmer danner magnetfelt som motarbeider det opprinnelige. Derfor blir den induktive virkning fra spole I på spole II nedsatt.

Interferens. Når en har til rådighet vekselströmskilder med forskjellig frekvens kan en lett få demonstrert forskjellige interferens-fenomener. På fig. 6 a sörger vi for at det gjennom spolene S_1 og S_2 går vekselström med forskjellig frekvens, og disse interfererer så i spolen S_3 som videre kobles til et oscilloskop. Ved å forskyve spolene kan vi gi de to komponenter den amplityde vi önsker.



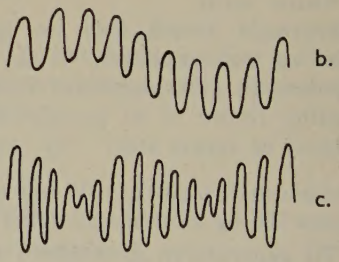


Fig. 6. Interferensforsög.
a. Kobling; b. Oscilloskopbilde ved 50 og 500 p/s; c. Svevningskurver.

Hvis frekvensene er 50 og 500, kan bildet på oscilloskopets skjerm bli som på fig. 6 b. Sett at f_1 er konstant 500, mens vi kan velge f_2 etter behag. Vi kan da få demonstrert svevninger meget tydelig på skjermen, se fig. 6 c. Særlig bra blir svevningskurvene hvis vi på forhånd har sörget for at de to komponenter har like stor amplityde.

Skärpedjupsfrågan vid fotografisk avbildning

Av professor Helmer Bäckström, Stockholm

Olika spörsmål i samband med skärpedjupets utsträckning äro av stor vikt för det fotografiska arbetet, och dessa spörsmål ha också redan för flera decennier sedan gjorts till föremål för allvarliga utredningar. Trots detta är det nog sant, som påpekats för mig, att icke ens inom de egentliga fotografkretsarna en klar uppfattning om skärpedjupsfrågans detaljer är allmänt rådande. Det förefaller vara så, att detta område för mången ter sig rätt dimhöljt, varför ganska ofta felaktiga eller mot varandra stridande påståenden göras. På grund härav har jag gärna velat efterkomma redaktionens önskan om ett klargörande genom att i efterföljande uppsats upptaga några skärpedjupsproblem till kortfattad behandling.

Några grundläggande förhållanden

Låt oss först utgå från att vi ha med rent ideala avbildningsförhållanden att göra, dvs. att vi arbeta med ett objektiv, som är helt fritt från olika aberrationer. Moderna objektiv av högre kvalitetsklass motsvara f. ö. en ganska god approximation till detta fall. — Vid vår utredning begagna vi vidare rent geometriskt-optiska härledningar.

Under sådana omständigheter komma föremålspunkter på olika avstånd från objektivet att avbildas såsom väl definierade punkter, belägna på skilda bildavstånd. I fig. 1 betecknas objektivet (»linsen») med OP, tre objektpunkter på olika avstånd till linsen med A_1, A_2 och A_3 och de därtill hörande bildpunkterna med B_1, B_2 och B_3. Filmen tänkes befinna sig i CD och har placerats på sådant avstånd från linsen, att punkten B_2 kommer att falla på densamma. Föremålspunkten A_2 blir sålunda fullt skarpt avbildad på filmen. Däremot ligga punkterna B_1 och B_3 respektive framför och bakom filmplanet, varför objektpunkterna A_1 och A_3 komma att återges på filmen som små, cirkulärt begränsade ytor (fig. 2), i föreliggande fall båda av diametern EF (samma oskärpa hos bilderna B_1 och B_3). Av ju större oskärpecirklar en viss bilddel uppbygges, desto oskarpare blir den på filmen.

Nu kan man emellertid ej med blotta ögat iakttaga hur små detaljer som helst, alltså ej heller hur små oskärpecirklar som helst. Antaga vi att oskärpecirkeln EF i fig. 1 just motsvarar den högsta grad av »oskärpa», som ännu ej kan iakttagas som sådan, så måste tydligen alla föremål mellan A_1 och A_3 för ögat te sig »skarpt» avbildade på

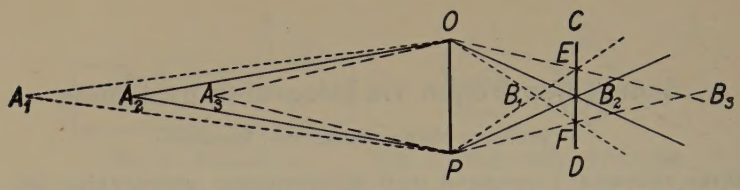


Fig. 1. Objektivet OP avbildar objektpunkterna A_1, A_2 och A_3 i resp. B_1, B_2 och B_3. På filmen CD avbildas B_2 skarpt, medan B_1 och B_3 ge upphov till cirkulära ljusytor med diametern EF.

CD. Området A_1—A_3 säges utgöra skärpedjupet under rådande förhållanden. — Fig. 1 tillåter oss också att draga en viktig slutsats. Om objektivdiametern OP minskas, dvs. om objektivet avbländas, så komma ljuskonerna med sina spetsar i B_1 och B_3 att bli spetsigare, och deras avskärningar på filmplanet CD bli mindre. Oskärpecirklarna

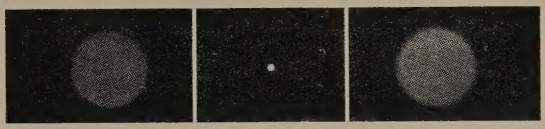


Fig. 2. Bilder på filmen CD enligt fig. 1 av objektpunkterna A_1, A_2 och A_3.

minskas i storlek och utfalla nu »onödigt» små. Man kan alltså något öka avståndet till filmplanet CD för bildpunkterna, utan att oskärpecirklarna behöva överstiga den kritiska storleken. Det »skarpt» avbildade objektområdet blir sålunda större än A_1—A_3, eller med andra ord: Skärpedjupet ökar starkt vid avbländning.

Om vi betrakta en bild, så minskar vår förmåga att urskilja smådetaljer i densamma, när betraktningsavståndet ökas. Härav följer, att den oskärpa (diametern Δd hos oskärpecirkeln), som ännu kan tolereras, är direkt proportionell mot betraktningsavståndet c. Beteckna vi proportionalitetsfaktorn med $\frac{1}{N}$, erhålles alltså

$$\Delta d = \frac{1}{N} \cdot c \qquad (1)$$

I allmänhet brukar man anse, att ögats synskärpa är sådan, att detaljer om 0,1 mm nätt och jämnt synas upplösta, när de iakttagas på 25 cm avstånd. Exempelvis komma två fina svarta streck, 0,1 mm skilda från varandra, ändock att kunna observeras åtskilda från varandra och ej flyta ihop till ett enda streck. Av denna uppgift skulle vi alltså ledas till siffervärdet $N=2500$. Inom fotografien äro emellertid motivets smådetaljer i allmänhet mindre väl definierade än de nämnda fina strecken, och först detaljer av något större storlek bli därför väl upplösta. För de allra flesta fotografiska uppgifter kunna vi därför vid betraktande på avstånd för tydligt seende

acceptera oskärpecirklar av 0,2—0,3 mm diameter, dvs. siffervärdet på N kan sättas till 1000.

Nästa fråga blir: På vilket avstånd bör den fotografiska bilden betraktas? Svaret på denna fråga är av vikt, då det bestämmer storleken av det Δd-värde enligt formel (1), som vi skola taga till utgångspunkt vid vår skärpedjupsutredning. Härvid kommer också avsikten med bilden att spela in. I normala fall eftersträvar man att bilden vid betraktandet skall verka så naturlig som möjligt, dvs. den skall vara perspektiviskt riktig. Villkoret härför är — när det är fråga om en kontaktkopia — att denna betraktas på ett avstånd från ögat lika stort som bildvidden (b) vid bildtagningen. Om vi bortse från extrema närbildsfotograferingar, överensstämmer emellertid bildvidden relativt nära med objektivets brännvidd (f). Under sådana omständigheter kan villkoret (1) här ovan preciseras på följande sätt:

$$\Delta d = \frac{b}{N} \text{ eller approx. } \Delta d = \frac{f}{N} = \frac{f}{1000} \qquad (2\,a)\ (2\,b)$$

När det är fråga om förstorade kopior, medför n ggr förstoring en utökning av negativets oskärpa till det n-faldiga, men då samtidigt betraktningsavståndet för förstoringen bör tagas n ggr större och därmed störningen från oskärpan minskas till n:tedelen, så kommer villkoret enligt formel (2) alltjämt att gälla.

Beräkning av skärpedjupet för normalfallet

Vi använda följande benämningar resp. definitioner. Avståndet mellan objektivets första huvudplan och objektpunkten A_2 i fig. 1 utgör inställningsavståndet; det betecknas med I. Motsvarande avstånd mellan objektivets första huvudplan och främre gräns A_3 för skarp avbildning benämnes det främre skärpeavståndet och betecknas med F, medan avståndet mellan objektivets främre huvudplan och bortre skärpegränsen A_1 benämnes det bortre skärpeavståndet och betecknas med B. Avståndet A_1A_3 utgör skärpedjupet.

Vid beräkningar inom fotografien brukar man i regel använda Newtons linsformel, men föreliggande räkningar kunna lika lätt utföras med hjälp av den vanliga linsformeln ($1/a+1/b=1/f$). Beräkningen utföres för en tunn lins. De resultat, som därvid erhållas, gälla även för en tjock eller sammansatt lins, om avstånden a och b räknas till resp. huvudplan.

Vi beräkna först bortre skärpeavståndet. Objektavstånden för A_1, A_2 betecknas resp. a_1, a_2 och bildavstånden för B_1, B_2 resp. b_1, b_2. Linsens diameter $OP=d$ och oskärpecirkelns diameter $EF=\Delta d$.

Vi uppställa fyra ekvationer. Ekv. (3) och (4) erhållas enligt lins-

formeln, ekv. (5) ur de likformiga trianglarna OPB_1 och EFB_1 och ekv. (6) enligt formeln (2 a).

$$\frac{1}{a_1}+\frac{1}{b_1}=\frac{1}{f} \qquad (3) \qquad \frac{b_2-b_1}{b_1}=\frac{\Delta d}{d} \qquad (5)$$

$$\frac{1}{a_2}+\frac{1}{b_2}=\frac{1}{f} \qquad (4) \qquad \Delta d=\frac{b_2}{N} \qquad (6)$$

Ur (3) och (4) och ur (5) och (6) erhålles resp.

$$\frac{1}{a_2}-\frac{1}{a_1}=\frac{1}{b_1}-\frac{1}{b_2} \quad \text{och} \quad \frac{1}{b_1}-\frac{1}{b_2}=\frac{1}{Nd} \qquad (7)$$

Här är a_2 inställningsavståndet I och a_1 bortre skärpeavståndet B.

Införes $$H=Nd \qquad (8)$$

erhålles $$B=\frac{H}{H-I}\cdot I \qquad (9)$$

Genom en fullständigt analog räkning kan likaså »främre skärpeavståndet F» beräknas. Vi få därvid

$$F=\frac{H}{H+I}\cdot I \qquad (10)$$

Alla motivdelar mellan A_1 och A_3 avbildas alltså skarpt och skärpedjupets totala utsträckning vid inställning på avståndet I utgör

$$B-F=\frac{H}{H-I}\cdot I-\frac{H}{H+I}\cdot I=\frac{2HI^2}{H^2-I^2} \qquad (11)$$

Formel (11) är ganska intressant, i det den visar oss, att skärpedjupets utsträckning endast bestämmes av inställningsavståndet I samt storheten H, vilken senare enligt ekvation (8) är $N \cdot d$, dvs. 1000 gånger bländaröppningens absoluta diameter d. Ju större inställningsavståndet är, desto större blir skärpedjupet; detta kan däremot bli mycket ringa vid närbildstagningar. Vidare: Ju större objektivets absoluta diameter är, desto mindre blir skärpedjupet. — För att illustrera dessa förhållanden har i nedanstående tabell skärpedjupets omfattning angivits för ett antal olika inställningsavstånd samt för tre skilda bländarediametrar.

I	d=0,5 cm	d=1 cm	d=10 cm
1 m	0,4 m	0,2 m	2 cm
2 m	1,9 m	0,8 m	8 cm
3 m	5,6 m	2,0 m	18 cm
5 m	∞	6,7 m	50 cm
10 m		∞	2 m

Däremot påverkas skärpedjupet icke primärt vare sig av objektivets brännvidd eller dess ljusstyrka (=relativa öppningen), vilket man möjligen kunde ha väntat sig.

Om man från en och samma uppställningspunkt för kameran utför en serie fotograferingar med objektiv av skilda brännvidder men avbländade till samma diameter på objektivet, så skall man finna att de erhållna bilderna bli likvärda, om de uppförstoras till samma slutliga bildskala. De komma då att visa samma perspektiv och vad som i föreliggande fall är av intresse för oss: de komma att visa samma skärpedjupsförhållanden. Sedan är det emellertid en annan sak att gemensamma objektivdiametern d motsvarar helt olika »ljusstyrka» (relativ öppning) i de skilda fallen. För ett objektiv med kort brännvidd (f) blir relativa öppningen stor och exponeringstiden kan väljas kort, vid ett objektiv med lång brännvidd blir däremot den relativa öppningen ringa och lång exponeringstid blir behövlig. Dessa förhållanden måste man beakta, om motivet innehåller något levande objekt, som fordrar kort exponeringstid för att rörelseoskärpa ej skall uppkomma.

Fjärrpunkt och hyperfokalavstånd

Låt oss nu skärskåda ett litet specialproblem: På vilket avstånd I skall man ställa in kameran för att skärpeområdet skall sträcka sig bort till oändligt avstånd? — Vi sätta i ekv. (9) $B=\infty$ varvid erhålles $H-I=0$ eller

$$I=H \tag{12}$$

Vi skola tydligen ställa in på avståndet H, dvs. $1000d$. Detta avstånd kallas hyperfokalavståndet och den på detta avstånd från objektivet belägna punkten benämnes fjärrpunkt. Insättes $I=H$ i ekv. (10), finner man att vid inställning på avståndet H skärpan räcker från avståndet $H/2$ till oändligt avstånd. Det kan vara värt att observera, att avståndsskalan på kamerorna plägar graderas så, att märket ∞ motsvarar inställning på fjärrpunkten (hyperfokalavstånd!) vid användning av största bländare och icke exakt inställning på oändligt avstånd.

Om vi ur formlerna (9) och (10) beräkna skärpegränserna vid inställning på resp. avstånden $H/1$, $H/2$, $H/3$, $H/4$, etc., så finna vi:

Vid	$I=H/1$	Skärpan	räcker	från	∞	fram	till	$H/2$
	$I=H/2$	»	»	»	$H/1$	»	»	$H/3$
	$I=H/3$	»	»	»	$H/2$	»	»	$H/4$
	$I=H/4$	»	»	»	$H/3$	»	»	$H/5$

eller generellt:

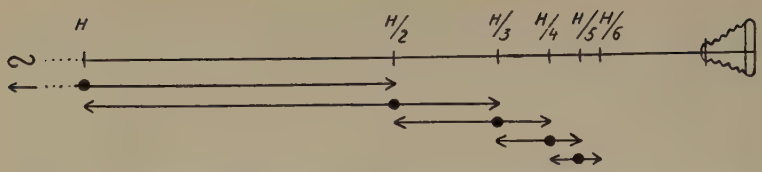


Fig. 3. Skärpedjupets omfång för olika inställningsavstånd, angivna med fjärrpunktsavståndet som enhet.

Om inställning sker mot $\frac{H}{m}$, räcker skärpan från $\frac{H}{m-1}$ till $\frac{H}{m+1}$. Jmfr fig. 3.

Skärpeområdet, som vid inställning på H är oändligt stort, blir allt snävare allt eftersom inställningsavståndet minskar.

Skärpedjupsformlernas användning

Vi ha sett, att man ur formlerna (9) och (10) kan beräkna avstånden till främre och bortre skärpegränsen, F resp. B, om inställningsavståndet I är känt. Man kan använda sig av dessa formler för uppgörande av olika skärpedjupstabeller, skärpedjupsdiagram o. d. I det praktiska fallet äro emellertid förhållandena som regel de motsatta. Man känner alltså det område, inom vilket »skarp» avbildning önskas. F och B äro sålunda kända, och man frågar sig, på vilket avstånd I kameran bör inställas och vilken största bländardiameter d, som kan begagnas utan att någon viktig motivdel utfaller oskarp.

Ekvationerna (9) och (10) sättas i system, F och B betraktas som kända storheter med I och H som obekanta, och dessa senare utlösas. Vi få då

$$I=\frac{2BF}{B+F} \qquad H=\frac{2BF}{B-F} \qquad (13)\ (14)$$

Vi beräkna alltså det optimala inställningsavståndet I samt H-värdet. Då det senare ju utgör $N \cdot d$ (jmfr ekv. 8), så få vi lätt det lämpligaste d-värdet genom division av H-värdet med N, dvs. med 1000.

Det är sålunda ekvationerna (13) och (14), vilka i praktiken mest komma till användning, såvida man icke i stället begagnar sig av den nyss anförda minnesregeln, att skärpan räcker från $H/(m-1)$ till $H/(m+1)$, då inställning sker på H/m. Låt oss taga ett exempel: Det gäller tagningen av en gruppbild, där allt bör utfalla skarpt mellan 2,5 och 5 m avstånd, emedan de närmaste resp. mest avlägsna personerna i gruppen befinna sig på dessa avstånd. Vi sätta alltså $H/(m+1)=2{,}5$ och $H/(m-1)=5$, vilket ekvationssystem ger $m=3$ och $H=10$. Inställning skall alltså ske på $\frac{10}{3}=3\frac{1}{3}$ m avstånd. Den använda bländaren bör ha diametern $\frac{10}{1000}$ m $=1$ cm. Om vi exempelvis använda

en 9×12 cm kamera med objektivbrännvidden 13,5 cm, skall denna följaktligen avbländas till öppningsförhållandet F : 13,5, som ju motsvarar $d=1$ cm.

Andra skärpedjupssystem

Som tidigare anförts, äro de här deducerade skärpedjupsformlerna härledda med utgångspunkt från ekv. (2), dvs. man förutsätter att bilden skall betraktas så, att den blir perspektiviskt riktig och alltså verkar naturlig för åskådaren. Detta betyder, såsom också redan anförts, att om vid negativtagningen bildvidden var b och kopieringen skett under n ggr förstoring, så skall bilden betraktas på avståndet nb. — Det från dessa förutsättningar härledda skärpedjupssystemet måste anses som det mest »naturliga» och det är även det mest vanliga. Sedan kan det givetvis förekomma i olika varianter, alltefter vilket siffervärde som valts på konstanten N.

Det har emellertid någon gång föreslagits även skärpedjupssystem av något annat slag, i det vederbörande auktor bortsett från önskemålet om korrekt perspektiv och i stället för ekv. (2) resp. (6) formulerat någon annan fordran ifråga om skärpan. Härledningen av skärpedjupsformlerna blir dock i stort sett densamma, endast att i ekvationssystemet (3)—(6), den sista ekvationen ersättes av en annan. För egen del ställer jag mig mycket skeptisk mot sådana framställningar, såvida det icke är fråga om bilder för alldeles speciella ändamål.

Som avslutning vill jag åter erinra om att som en förutsättning för härledningarna i denna uppsats har gällt, att avbildningen äger rum under ideala förhållanden, dvs. att objektivet är fritt från aberrationer. Vid moderna anastigmater av någorlunda hög kvalitet kan detta tillstånd också sägas vara approximativt uppnått. De härledda formlerna böra också någorlunda väl motsvara de i praktiken rådande förhållandena.

Emellertid förekommer det ibland att fotograferna för vissa estetiska uppgifter använda sig av objektiv, vilka icke giva full skärpa, utan

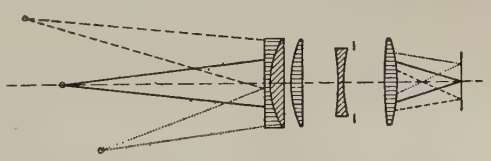


Fig. 4. Här har ett softfokusobjektiv åstadkommits genom kombination av en skarptecknande anastigmat (de tre sista linserna) och en planparallell glasskiva, sammansatt av två hopkittade svaga linser av olika glassorter. Denna glasskiva inför kromatisk längdaberration. Figuren visar för tre objektpunkter på skilda avstånd från objektivet, att dessa avbildas skarpt för var sin våglängd. För övriga våglängder erhålles oskärpa.

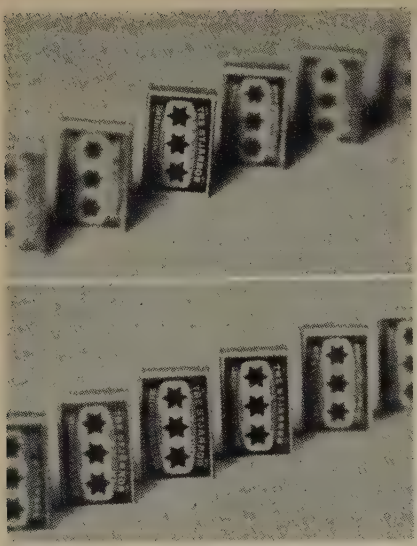


Fig. 5. En serie tändsticksaskar, avbildade medelst anastigmat (överst) resp. softfokusobjektiv (nederst). I senare fallet erhålles större skärpedjup, men den största skärpan finnes hos den mellersta tändsticksasken å övre bilden. Foto: A. Boström (Fotogr. Handbok).

där man ernår viss mjukteckning genom att avsiktligt ha infört vissa objektivfel, särskilt sfärisk aberration eller också kromatisk längdaberration. De förnämligaste formerna av sådan »soft-fokuseffekt» karakteriseras därav, att alla konturer ha en hårskarp kärna men att exempelvis de ljusare bildelementen överstråla på de omgivande mörkare bildytorna. Man karakteriserar ofta dessa bilder genom att säga att de visa »skärpa i oskärpan». — Synnerligen intressant är nu, att bilder av detta slag visa större skärpedjup (fig. 5), än om de visat helt skarp avbildning. — Avbildningen tänkes i övrigt ha ägt rum under likartade förhållanden.

Det ökade skärpedjupet är lätt att förstå. Om softfokuseffekten erhålles genom kromatisk längdaberration (fig. 4), så motsvaras varje objektpunkt av en kontinuerlig serie av olika bildpunkter på skilda avstånd från objektivet, vilka bildpunkter motsvara de skilda i ljuset från objektpunkten ingående våglängderna. Objektpunkter på olika avstånd från objektivet komma som följd härav att samtliga avbildas fullt skarpt med någon viss våglängd — olika för de skilda föremålsavstånden — men oskarpt för övriga våglängder. Någon sådan helt skarp andel i bilden finnes ju icke vid den »ideala» avbildningen utom för objektpunkter exakt på inställningsavståndet.

På liknande sätt förhåller det sig även vid softfokuseffekt, åstadkommen genom införande av sfärisk aberration, endast att det här är ljus från skilda objektivzoner, som giva anledning till de skilda bildpunkterna för samma objektpunkt.

Om fjärdegradsparabeln

Av fil. dr Josef Andersson, Vaxholm

I det följande sammanställas några affina egenskaper hos fjärdegradsparabeln (Π_4) med ekvationen

$$y=a_0x^4+a_1x^3+\ldots+a_4 \qquad (a_0\neq 0) \tag{1}$$

Grundläggande är satsen:

> På Π_4 finnes en punkt V (»toppen») i vilken $y'''=0$. Den linje a (»axeln»), som förenar V med kurvans ∞-punkt, är symmetriaxel i en i allmänhet sned symmetri bestående i att kordan, som förenar två »symmetriska» kurvpunkter, halveras av a och är parallell med tangenten i V.

Man kan antaga att V ligger i origo, då y-axeln blir a. Ekvationen för Π_4 kan efter lämpligt val av riktning och skala på y-axeln förenklas till

$$y=x^4+ux^2+vx \tag{2}$$

dvs.

$$y-vx=x^4+ux^2$$

där $y-vx=0$ är ekvationen för »topptangenten» och $y-vx=w$ för en med denna parallell sekant. Abskissorna för den senares skärningspunkter med Π_4 äro rötterna till

$$x^4+ux^2-w=0 \tag{3}$$

som parvis ha summan 0, vilket bevisar påståendet. Par av symmetriska punkter (på Π_4 eller ej) tecknas P_1, P_2; P_m på a är mittpunkten av P_1P_2. Omedelbart inses att de två linjer som förena: den ena två icke symmetriska punkter P_1, Q_1, den andra deras partners P_2, Q_2, råkas på a (ev. i ∞) eller sammanfalla. Speciellt råkas tangenterna i två symmetriska kurvpunkter P_1, P_2 i punkten T_P på a. Om de sammanfalla, är T_P deras skärningspunkt med a. Parallella med axeln äro de aldrig. Är I_1 en inflexionspunkt, så är I_2 det även och inflexionstangenterna råkas i T_I på a. Detta emedan T_II_2 har trepunktsberöring med Π_4 på samma gång som T_II_1. Högst två inflexionspunkter finnas. Toppen är en flach-punkt, där topptangenten har fyrpunktsberöring med Π_4, för $u=0$ i (2); för $u<0$ finnas två, för $u>0$ inga inflexionspunkter.

Vi syssla hädanefter endast med fallet $u<0$, enär Π_4 då äger de flesta egenskaperna, särskilt dubbeltangenten d med kontaktpunkterna D_1, D_2, som fås för det värde på w i (3) som förlänar dubbelrot åt

$$z^2+uz-w=0, \text{ dvs. för } w=-\tfrac{1}{4}u^2.$$

Genom att välja parabelns a till y-axel, ge x-axeln symmetririktningen och förfoga över enheterna kan man bringa parabelns ekvation under normalformen

$$y=(x^2-3)^2 \qquad \text{(N)}$$

Då sammanfaller x-axeln med d och kontaktpunkterna äro D_1 $(-\sqrt{3}; 0)$, D_2 $(\sqrt{3}; 0)$. Samma parabels ekvation blir $y=x^2(x^2-6)$, när topptangenten är x-axel, och $y=x^4-6x^2+5$, när inflexionspunkterna ligga i $(\pm 1; 0)$. I dessa fall ligger x-axeln 9 resp. 4 enheter ovanför x-axeln i (N). Tolkas ekvationen (N) i ett annat koordinatsystem (annan axelvinkel, andra enheter), innebär detta endast en affin transformation, dvs. parallella sträckor övergå i parallella sådana och längdförhållandena mellan sträckorna ändras ej. Ej heller ändras förhållandet mellan två areor från den ena figuren till den andra.

Figuren visar, hur ett skelett till Π_4 uppritas med hjälp av (N). På den orienterade (med riktning försedda) axeln a avsättas från $M_0 \equiv V$ efter vartannat $M_0M_1=-5$, $M_1M_2=-3$, $M_2M_3=-1$, då $M_1 \equiv I_m$ och $M_3 \equiv D_m$; därpå i motsatt riktning $M_3M_4=1$, $M_4M_5=3$, $M_5M_6=5$, så att $M_2 \equiv M_4$, $M_1 \equiv M_5$, $M_0 \equiv M_6$, och vidare $M_6M_7=7$, $M_7M_8=9$ osv. På topptangenten avsättas från $N_0 \equiv V$ åt samma håll (ej nödvändigt med samma enhet som på a) $N_0N_1=\sqrt{1}$, $N_0N_2=\sqrt{2}$, $N_0N_3=\sqrt{3}$, ..., $N_0N_6=\sqrt{6}$, ... Fjärde hörnet i parallellogrammen M_iVN_i är då den ena av de kurvpunkter vilkas $P_m \equiv M_i$. Det är lämpligt att införa T_I också. I inflexionspunkten I_2 (1; 4) är enligt (N)

$$y'=-8, \quad -xy'=8$$

dvs. $I_mT_I=8$ och $T_IV : VI_m : I_mD_m = 3:5:4$. Förklaringen till »skelettets» konstruktion är att, när x i (N) genomlöper serien 0, $\sqrt{1}$, $\sqrt{2}$, ..., tillhörande y-värden bilda den aritmetiska serien av 2:a ordningen: $(-3)^2$, $(-2)^2$, $(-1)^2$, 0^2, 1^2, ..., vars differensserie: -5, -3, -1, 1, 3, ... är av första ordningen.

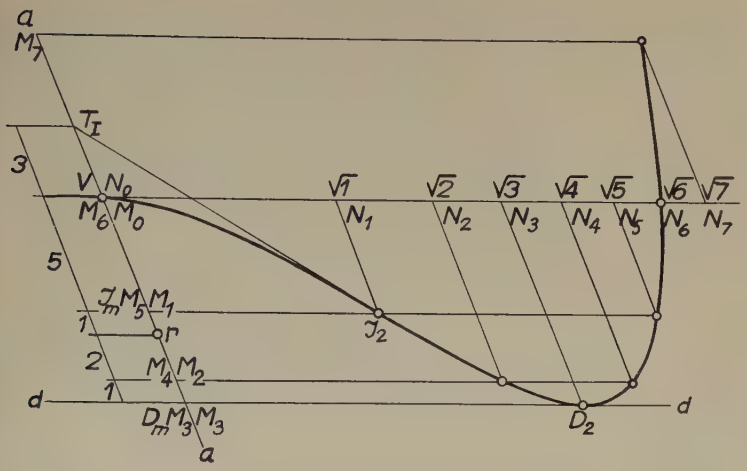
Såsom exempel på ytförhållande kunna vi taga i (N):

$$\int_0^1 (y-4)dx : 4 \cdot 1 = 4:5$$

som är förhållandet mellan areorna av segmentet I_1VI_2 och triangeln $I_1T_II_2$.

Låt

$$f(x)=a_0x^n+\ldots+a_n$$



Figuren visar, hur ett skelett till Π_4 uppritas med hjälp av ekv. (N).

vara ett polynom av graden $n \geqq 2$, f', ..., $f^{(n-1)}$ dess successiva derivator. Man verifierar att aritmetiska mediet av nollställena har samma värde för alla dessa funktioner nämligen den sistas nollställe. Som mediet endast beror av de två högsta termernas koefficienter, inverkar en ändring av de följande icke på detta resultat. Så ha rötterna till $f'(x)=k$ ett av k oberoende medeltal för $n \geqq 3$.

Det gäller emellertid vidare att *den punktgrupp på kurvan* (Π_n) $y=f(x)$, $n \geqq 3$, *där tangenterna äro parallella, ha en fix av tangenternas riktning oberoende tyngdpunkt.* Att denna tyngdpunkts abskissa ej ändras med k är redan sagt. Äro x_1, ..., x_{n-1} rötterna till $f'(x)=k$, påstås att även medeltalet av ordinatorna $y_i=f(x_i)$ är oberoende av k. Man kan nämligen sätta

$$f(x)=\int_0^x f'(x)\,dx$$

då intet hindras att Π_n flyttas i y-axelns riktning så att den går genom origo. Funktionen

$$F(k)=\sum y_i=\sum \int_0^{x_i} f'(x)\,dx$$

beror då endast skenbart av k, ty

$$F'(k)=\sum f'(x_i)\frac{dx_i}{dk}=k\cdot\frac{d(\Sigma x_i)}{dk}=0$$

emedan, såsom redan påpekats, Σx_i ej innehåller k.

För en Π_3 inkluderas denna sats i existensen av centrum till kurvan. Hos en Π_4 ligger ifrågavarande tyngdpunkt Γ på a och delar D_mV i förhållandet 1:2, då ju D_1, D_2, V är ett system med $f'(x)=0$. I den här använda skalan är $D_m\Gamma=3$.

Flera liknande satser kunde nog uppställas. Så äro medeltalen till de r-lediga produkterna av rötterna till $f=0$, $f'=0$, ..., $f^{(n-r)}=0$ genomgående lika. Och tyngdpunkten till de $(n-1)$ punkter på en Π_n i vilka

$$y'=A_0x^p+A_1x^{p-1}+\ldots+A_p$$

är fix på linjen $x=-a_1:na_0$, om blott $n>2(p+1)$, ty dess ordinata visas vara oberoende av A_0, ..., A_p på samma sätt som ovan för $p=0$, $n=3$, ... Men vi skola ej fördjupa oss vidare i dessa ting utan i stället tillämpa det redan anförda på en studentuppgift från mars 1955.

I uppgift 4, specialkurs, frågas efter en Π_4 med $f'''(x)=6x$, som har I_1 i $(-1; 0)$ och där $f'(-1)=4$. Först följer av $6x=0$ att y-axeln är kurvans a och sedan att I_2 har abskissan 1, så att $f''=3(x^2-1)$ med nollställena ±1. Härav fås vidare $f'=x^3-3x+2$ emedan $f'(-1)=4$. Symmetririktningen $f'(0)$ är alltså 2 och I_m $(0; 2)$, I_2 $(1; 4)$. Tangenten i I_1 skär a i T_I $(0; 4)$, vilket visar att I_2 är en terrasspunkt. Toppen V har ordinatan $2+\frac{5}{8}I_mT_I=\frac{1}{4}^3$, varför slutligen

$$f(x)=\tfrac{1}{4}x^4-\tfrac{3}{2}x^2+2x+\tfrac{1}{4}^3$$

Punkten D_m har ordinatan $2-\frac{1}{2}I_mT_I=1$ och d har ekv. $y=2x+1$.

Emedan $D_mD_2=\sqrt{3}\cdot I_mI_2$, har D_2 abskissan $\sqrt{3}$. Återstår den minimipunkt som kurvan måste vara begåvad med. Ordinatan för Γ är $OD_m+\frac{3}{4}D_mI_m=\frac{7}{4}$. Som I_2 $(1; 4)$ räknas för två extrempunkter, måste den sökta minimipunkten vara $(-2; -\frac{1}{4}^1)$ för att Γ skall stämma.

YTT för matematikundervisningen

Hedström—Rendahl—Ekbom

Algebra och Plangeometri

1. För realgymnasiets två första ringar — G Inb. 7:50
2. För realgymnasiets näst högsta ring
   Utkommer i december

Algebra och Plangeometri

för allmänna linjen
Utkommer i början av vårterminen

Hedström — Rendahl — Ekbom — Hilding

Funktionslära och Analytisk Geometri

för realgymnasiets matematiska gren — G 10:50

Funktionslära och Analytisk Geometri

för realgymnasiets biologiska gren och allmänna linjens sociala gren
Utkommer i december

Olson — Hjalmars

Stereometri

för reallinjens matematiska gren — G 3:25

Kortfattad Stereometri

för realgymnasiets biologiska gren och allmänna linjens sociala gren
Utkommer i december

B. Wahlström

Studentuppgifter i Matematik

på reallinjen t. o. m. VT 1955
Urval med svar och anvisningar för allmän kurs — 2:70

SVENSKA BOKFÖRLAGET

KOLBOKCENTRALEN
David Bagares gata 20 · Stockholm
Tel. 23 69 80 · Postgiro 551 60

Utställning även Parkgatan 19, Göteborg

S B
F

Utställning
Lärarexemplar
Rekvisitioner

Hamngatan 4, Malmö

DEN NYA LIKRIKTARKUBEN

Norstedts nya likriktarkub är konstruerad direkt för skoländamål. Den är behändig till formatet, och genom att de utgående spänningarna är helt skilda från nätet är kuben fullkomligt ofarlig att använda. Från kuben erhålles 0—15 volt lik- eller växelström, reglerbar i sex steg. Kuben kan belastas upp till 10 amp. Likströmmen är glättad. Dessutom innehåller apparaten inbyggda volt- och ampèremetrar samt två automatiska säkringar. Kort sagt, den nya likriktarkuben är en idealisk strömkälla för demonstrations- och laborationsförsök

Pris 295:—

Norstedts Skolavdelning

Lilla Nygatan 13	Parkgatan 19	Hamngatan 4
23 29 70	13 92 93	97 70 90
Stockholm	Göteborg	Malmö

Försök med Foucaults pendel

Av civilingenjör Torsten Wilner, Stockholm

Foucaults pendelförsök är utan tvekan ett av de intressantaste experimenten inom den grundläggande mekaniken. För att försöket skall lyckas väl, fordras emellertid god precision i pendelns utförande och upphängning, och detta gäller i särskilt hög grad, om man av utrymmesskäl eller av andra orsaker vill utföra försöket i liten skala.

Den enkla pendelkonstruktion som här beskrives bygger på användning av några detaljer i precisionsutförande, som numera för olika ändamål masstillverkas till billigt pris. Utförandet framgår närmare av fig. 1. Själva »pendelkulan» *a* utgöres av ett vanligt murarelod (vikt 300 gram), som kan fås i järnaffärerna för mellan 2 och 3 kronor. Som upphängningstråd *b* användes en 0,4 mm blank ståltråd, vilken lödes fast i den genomgående kanalen i lodets avskruvbara nippel. Tråden centreras medelst en liten inskjuten metallhylsa *c*, och för att den inte skall lossna från tennet, kan den nedtill förses med en knut som fastlödes.

Upptill fästes tråden på liknande sätt i en metallring *d*. Till undvikande av störande svängningar bör denna vara så lätt som möjligt. En av plåt pressad ihålig gardinring kan användas. Såsom upphängningslager ha olika anordningar provats, såsom exempelvis ett grammofonstift arbetande mot en liten skål av glas, eller en liten kullagerkula, rullande mot insidan av en kullagerlöpring. Stabilaste och bästa resultat har emellertid nåtts med en liten kullagerkula, arbetande mot en sfärisk safirskål, en anordning som förekommer som bärlager i elmätare. Skålradien är 1,2 mm. (Metallinfattade safirskålar av denna typ kunna fås från Svenska Siemens AB till ett pris av kr. 1:25. Lämpligen köpes samtidigt en tillhörande mässingshylsa, i vilken det hela kan skjutas in.) Den bärande kulan bör här vara något mindre än den som tillhör mätarelagret. Kullagerkulor finnas i handeln med diameter ned till 0,7 mm, men dessa äro ganska besvärliga att handskas med och fästa på lämpligt sätt. På förslag av läroverksadjunkt E. Wetterwik har därför vid de fortsatta försöken använts toppen av en kulspetspenna, vilken är försedd med en infattad stålkula med 1 mm diameter. Denna anordning har visat sig mycket lämplig.

På fig. 1 *X* är *e* safirskålen och *f* pennspetsen. Efter lämplig avkapning lödes safirlagrets mässingshylsa *g* fast vid den uppsågade ringen *d*, varefter den något avkortade safirfattningen skjutes in däri.

Sedan pennspetsen medelst sprit eller thinner befriats från sitt färg-

innehåll, kan även denna avkortas något. Kulan fixeras i fattningen därigenom att det hela fylles med smält hårdnande beck e. d. Pennspetsen fästs därpå på bygeln *h*, som kan tillverkas av exempelvis kvarttums rundjärn. En ståltapp är fäst på bygeln, och på denna trädes pennspetsen och smältes fast med becket. Bygeln är lödd eller svetsad vid en stadig skruv *i*, som fästes i taket eller i någon lämplig ställning. På en utskjutande del av bygeln anbringas en liten glödlampa *k* med kort glödspiral, vilken ger distinkta skuggor. En cykellampa för 6 volt kan användas, och ström lämnas av en ringledningstransformator.

En försökspendel med en längd av 1,2 m har utförts. Pendelkulan rör sig omedelbart ovan en bordyta. På denna ligger en skiva av vit kartong med två ritade långa markeringsstreck *l* (fig. 1 *Y*), ett utgångsstreck, motsvarande pendelns svängningsplan omedelbart efter starten, och ett annat skärande streck, vridet medsols en vinkelgrad i förhållande till det förstnämnda strecket. På bilden är *m* pendelskuggan, tangerande utgångsstrecket. Medelst en sytrådsslinga *n*, löst lagd omkring pendelkulan och en fast krok *p*, hålles pendelkulan i startläge, 15—20 cm från jämviktsläget. När allt är klart, brännes tråden av nära intill kroken, och pendeln börjar svänga. Om starten skett omsorgsfullt, rör sig pendeln lugnt och vackert i ett bestämt plan utan sidorörelser eller andra överlagrade svängningar. Kartongskivan förskjutes nu så, att pendelskuggans kant rör sig så nära som möjligt utmed utgångsstrecket. Några ritade tvärstreck underlättar en sådan inställning, att skuggans båda vändpunkter komma lika långt från linjernas skärningspunkt. När detta är gjort, noteras omedelbart tiden. Redan efter någon minut är svängningsplanets vridning medsols fullt märkbar, och efter omkring fyra och en halv minut är vridningen en vinkelgrad. Skuggan glider då utmed det andra av de båda dragna strecken.

Under det att jorden roterar, strävar pendeln att bibehålla svängningsplanets riktning. Om pendeln är uppsatt vid nord- eller sydpolen, följer härav att svängningsplanet vrider sig ett varv per dygn i förhållande till jordklotet. Vid ekvatorn, där någon rotation i horisontalplanet ej förekommer, visar icke heller svängningsplanet någon vridning.

Den som är förtrogen med lagarna för sammansättning av rörelse inser utan vidare huru vridningen i horisontalplanet förändras med läget på jordytan. Rotationen i en punkt *P* på jordklotet uppdelas på en lodrät och en vågrät axel (fig. 2 a). Det är den lodräta komposanten som är av intresse i detta sammanhang, och enligt vektorläran är denna proportionell mot sinus för breddgradsvinkeln.

På skolstadiet är det kanske svårt att klarlägga det sagda, och

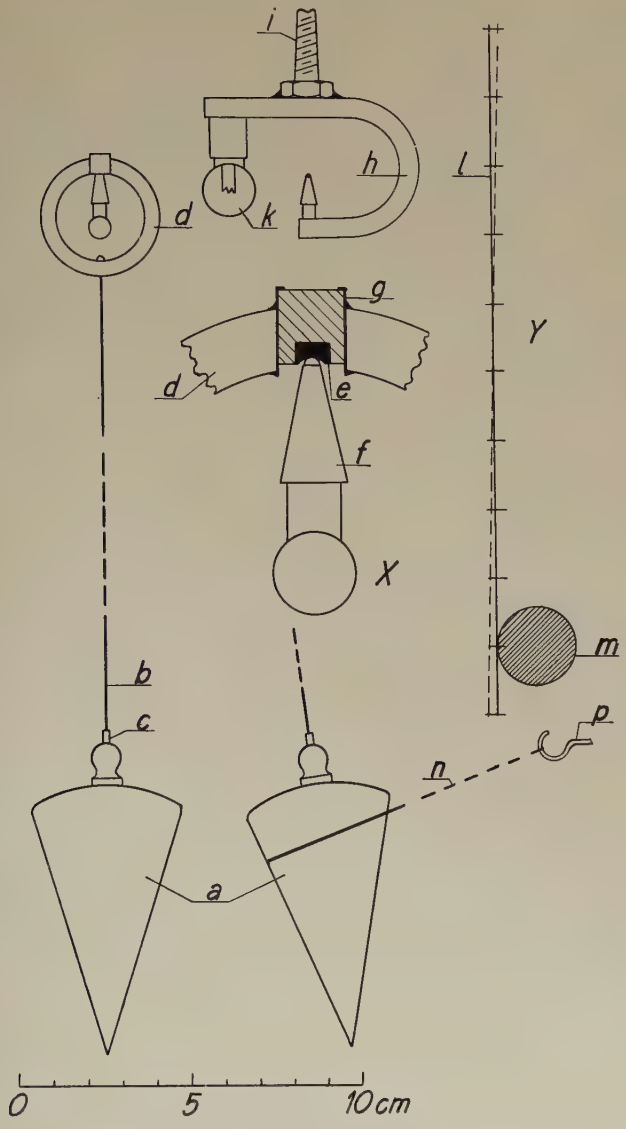


Fig. 1. Försökspendelns konstruktion. Detaljteckningarna *X* och *Y* äro ritade i fyrdubbel resp. halv skala i förhållande till det övriga, som följer den inlagda centimeterskalan.

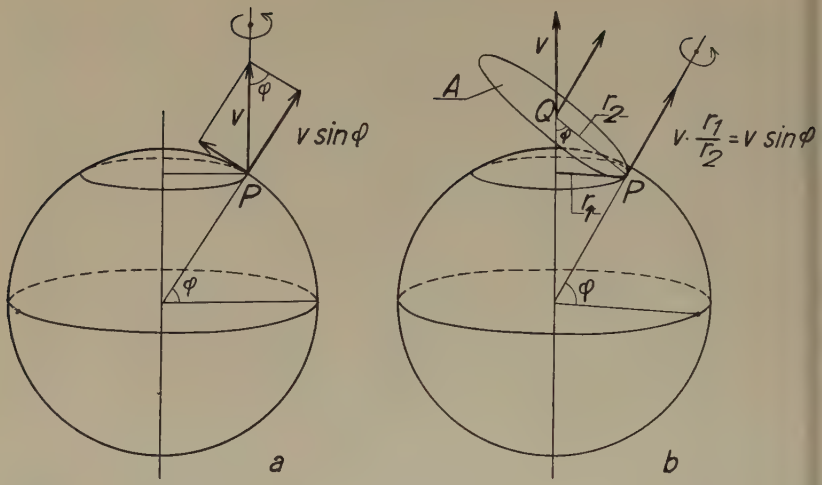


Fig. 2. Vridningen i horisontalplanet som funktion av breddgraden.

följande resonemang under förenklande antaganden kan då möjligen vara till hjälp (fig. 2 b). Någonstans på en genom punkten P dragen parallellcirkel tangeras jorden av ett plan, som tänkes bibehålla sin riktning i rymden under jordens rotation. I tangentplanet ligger en cirkelrund skiva A, vridbar kring medelpunkten Q, som utgöres av skärningspunkten mellan jordaxelns förlängning och tangentplanet. När jordklotet vrider sig kring sin axel, rullar skivan mot jordytan utmed den nämnda parallellcirkeln. Skivan och jordklotet verka såsom två mot varandra rullande hjul, och därav följer, att skivans vridningshastighet förhåller sig till jordens som radien r_1 till radien r_2, dvs. som sinus för breddgradsvinkeln φ. Vi observera nu skivan just i det ögonblick den berör jordytan i punkten P. I »ingreppsögonblicket» sammanfaller skivans plan med horisontalplanet i beröringspunkten, och överensstämmelse råder därvid också i fråga om vridningen i detta horisontalplan. I varje ögonblick kunna vi finna en ny kring punkten Q på detta sätt roterande skiva, som tangerar jorden i punkten P. Skivorna ha alla samma vridningshastighet, och denna är över hela ytan densamma. Vi inse då, att vridningen i horisontalplanet vid punkten P ständigt följer det för skivan A härledda uttrycket, dvs. vridningshastigheten i horisontalplanet beräknas genom multiplikation av jordens vridningshastighet omkring axeln med sinus för breddgradsvinkeln. Det är denna vridning som gör sig gällande vid pendelexperimentet.

Jordklotet vrider sig kring sin axel 15 vinkelgrader i timmen, och i Stockholm vid breddgraden 59° 21′ är vridningen i horisontalplanet 12,9 vinkelgrader i timmen, vilket motsvarar en vinkelgrad på drygt fyra och en halv minut.

Vi återgå till vår försökspendel. Före starten måste pendeln befinna sig i fullständig stillhet. Kulans skugga får ej visa någon iakttagbar rörelse. Enklast kan pendeln dämpas med hjälp av en yvig mjuk bomullssudd, anbragt på en träbit e. d. Träbiten föres fram, vilande mot bordytan, så att bomullen lätt berör pendelkulan. När denna blivit stilla, föres träbiten försiktigt undan.

Murarelodet är ej någon idealisk form av pendelkula. Dess väsentligaste fördel är att det är lätt att anskaffa. Trådslingan måste läggas omkring lodet på sådant sätt, att vid frigörandet ingen nämnvärd vipprörelse uppkommer. Lämpligt läge kan utprovas genom några försök. Metallringen vid pendelfästet måste ha sådant utgångsläge, att den vid svängningen ej berör bärbygeln.

De nu nämnda försiktighetsåtgärderna äro nödvändiga för att försöket skall lyckas. Redan en obetydlig avvikelse från plan svängning medför en överlagrad vridningsrörelse hos pendelkulans svängningsbana — medsols eller motsols — som kan dominera över den som försöket avser att visa. Med omsorg och någon övning lär man sig dock att undvika dessa störningar, och försöket kan då upprepas i följd med övertygande resultat. Störande luftdrag bör undvikas.

Den nu beskrivna pendelkonstruktionen är blott att betrakta som ett exempel på vad som kan göras med billiga och enkla medel. Driftsäkerheten blir större, om pendeln göres längre och tyngre. Störningarna undvikas lättare, om pendelkulan göres sfärisk och förses med ett ekvatoriellt insvarvat spår för starttråden. Om belysningen sker underifrån, kan pendelskuggans rörelse demonstreras i taket.

Den här lämnade framställningen söker att vara till hjälp, när det gäller att på skolstadiet visa Foucaults pendelförsök och beskriva dess matematiska behandling. Försöket anknyter på intressant sätt till många av den fysiska världsbildens grundprinciper, och detta kan kanske locka till mera avancerade studier utanför den ram som här hållits.

Från Atomkonferensen i Genève

Av civilingenjör Torsten Wilner, Stockholm

Den internationella konferens för atomenergiens fredliga användning som under tiden 8—20 augusti 1955 hölls i Genève var ett gott exempel på samarbete mellan olika länder. Stor öppenhet och samarbetsvilja visades från allas sida. Ett 70-tal länder hade sänt delegater, tekniska rådgivare och observatörer, sammanlagt närmare tre tusen personer. Från Sverige kommo ett tjugotal deltagare. Författaren var närvarande såsom observatör från Tekniska Museet i Stockholm.

Omkring 1100 uppsatser hade insänts, och omkring 450 av dessa föredrogos vid konferensen. En synnerligen värdefull och fullständig överblick gavs över de resultat som nåtts inom atomenergiområdet. Mycket som tidigare omgivits med stor sekretess framlades nu offentligt. Redogörelser lämnades även för de fortsatta utvecklingsplanerna.

Konferensen var uppdelad på fyra sektioner, en allmän, en för fysik och reaktorkonstruktioner, en för kemi, metallurgi och därtill hörande teknologi samt slutligen en för biologiska och medicinska problem jämte användning av radioaktiva isotoper.

Den allmänna delen av konferensen ägnades åt sådana problem som världens energibehov och atomenergiens möjligheter att ge det energitillskott som är nödvändigt, särskilt när våra nuvarande energikällor börja sina. Sir John Cockcroft, England, behandlade dessa frågor i en uppmärksammad föreläsning.

Ett ton uran ger ungefär samma energimängd som 10 000 ton kol, om den lättast klyvbara delen (isotopen U 235) utnyttjas på det sätt som exempelvis f. n. sker i England. Lyckas man genom »breeding» överföra även huvuddelen av det övriga (isotopen U 238) till klyvbart material, blir 1 ton uran ungefärligen jämförbart med 1 000 000 ton kol. På liknande sätt räknar man med att även kunna använda torium.

Ännu större — men alltjämt oöverblickbara — möjligheter öppna sig, om man för tekniskt bruk lyckas utnyttja den bindningsenergi som frigöres när lätta atomkärnor genom termonukleära reaktioner vid extremt höga temperaturer (miljontals grader eller mera) sammansmälta till tyngre kärnor, såsom exempelvis sker i vätebomben. Ordföranden, d:r Bhabha från Indien, berörde denna sak i sitt inledningsanförande, och i flera länder äro arbetsgrupper sysselsatta kring detta problem.

Atomenergien kan användas för alstring av elkraft vid fasta anläggningar, för uppvärmningsändamål samt för drift av båtar, längre fram kanske också för lok och flygplan.

Tillräcklig erfarenhet finns ännu inte för att ange något säkert pris

på atomenergi. Kostnaden är bl. a. beroende av lokala förhållanden. På sina håll har man räknat med ungefär samma pris som för elkraft alstrad med kol som bränsle. Även högre siffror ha angivits. Utvecklingen torde emellertid leda till ökad konkurrenskraft för atomenergien.

Ett atomkraftverk liknar i huvudsak ett vanligt ångkraftverk, dock med den skillnaden att ångpannorna ersatts med atomreaktorer och därtill hörande värmeväxlare. Gasturbinernas tillkomst ger nya utvecklingsmöjligheter. Direktomvandling atomenergi-elenergi har också diskuterats såsom en framtidsmöjlighet.

Ett femtiotal atomreaktorer för forskning och materialprovning finnas f. n. i drift på olika håll i världen, främst i USA, Storbritannien, Kanada, Sovjetunionen och Frankrike. Ytterligare ett stort antal experimentreaktorer av mycket varierande konstruktion förberedas eller äro under byggnad. Även i Sverige och Norge äro försöksreaktorer i gång, och det fortsatta svenska programmet omfattar såväl anläggningar för produktion av värme som elenergi. Stora atomkraftverk med effekter omkring 100 000 kW befinna sig på ett framskridet byggnadsstadium inom stormakterna. I Storbritannien beräknar man under 1956 kunna starta ett första sådant. I Ryssland är sedan 1954 ett atomkraftverk om 5000 kW i drift.

Inom de tre specialsektionerna belystes mera i detalj de vetenskapliga och tekniska problemen kring atomenergien, såsom uranets utvinning och metallurgi, reaktorkonstruktioner och därmed sammanhängande frågor, tillvaratagande och utnyttjande av vid processerna framkomna radioaktiva isotoper, strålskydd m. m. samt därmed sammanhängande biologiska och medicinska frågor.

I anslutning till konferensen anordnades två utställningar, en vetenskaplig och en tekniskt-kommersiell. Speciellt den senare — som kunde göra skäl för benämningen atomteknisk varumässa — inrymde bl. a. även väl upplagda populariserande framställningar av atomtekniken, dess grunder och dess möjligheter. Instruktiva filmer visades, såväl rent fackmässiga som roande och lättsmälta undervisningsfilmer.

Utställningarna konkretiserade på ett övertygande sätt vad som framfördes under konferensen. Reaktortekniken belystes genom modeller och originalföremål. Utvinning och användning av olika isotoper belystes på mångfaldigt sätt. Atomteknikens svåra materialproblem behandlades utförligt. Den rikhaltiga samlingen av mätinstrument underströk bl. a. elektronikens avgörande betydelse inom atomtekniken.

Den svenska avdelningen — ehuru liten till omfattningen — innehöll åtskilliga uppmärksammade detaljer. AB Atomenergi visade en modell av sin i berget insprängda försöksreaktor, vidare en apparat för kontinuerlig uppfångning på elektrisk väg och strålningsanalysering

av radioaktivt damm. Skogsforskningsinstitutet visade resultat av växtförädling genom radioaktiv bestrålning och Radiofysiska Institutionen vid Karolinska Sjukhuset visade en elegant utförd laboratoriebuss med högkänslig apparatur för radioaktivitetsmätning — ett synligt uttryck för institutionens internationellt uppskattade arbeten rörande strålningsfysik och strålskydd.

Den inom utställningsområdet uppställda arbetande amerikanska försöksreaktorn av typ »Swimming pool» är värd ett särskilt kapitel. Dess av ett lamellerat aluminiumsystem uppbyggda kärna är helt synligt anordnad, nedsänkt i en öppen vattenbassäng, ca 3 m i diameter och 7 m djup. Bränslet, som är inneslutet i aluminiumlamellerna, består av uranoxid, anrikad med avseende på isotopen U 235 till 20 % av uraninnehållet. På grund av den höga halten av den klyvbara isotopen kan vanligt vatten användas som moderator, och detta får här också fungera som strålskydd. Vattnet renas i särskilda jonbytarefilter, och det kommer härigenom i det närmaste att motsvara destillerat vatten.

Reaktorns effekt regleras huvudsakligen medelst tre stavar innehållande borkarbid, vilka hämma kedjereaktionen när de nedföras i kärnan. En »elektronhjärna» med förmåga att ständigt följa loppet av 7 differentialekvationer bestämmer stavarnas höjdlägen under drift och håller därigenom den utvecklade effekten på önskad nivå, vanligen 10 kW men under kortare perioder 100 kW. Ett flertal automatiska strålningsmätare och säkerhetsanordningar äro inbyggda, och vid fara lösas några magnetkopplingar, varigenom regleringsstavarna falla ned och stoppa reaktorn. Skötseln sker från ett elegant manöverrum med överskådliga kontrollpaneler.

Många experiment med neutronstrålning kunna göras med denna reaktor, som är väl lämpad för forskningsändamål, och radioaktiva isotoper av olika slag kunna framställas genom att preparat införas i neutronflödet, vilket vid full effekt mostvarar nära 10^{12} neutroner per cm^2 och sekund invid kärnan.

För åskådaren är det en sällsam upplevelse att på ett så omedelbart sätt som här sker få bevittna en atomkärnprocess i teknisk skala. När belysningen i lokalen släcks, synes i det klara vattnet kring reaktorkärnan ett blekblått lysande ljusskimmer, den s. k. Čerenkov-effekten, vilken beskrives såsom ett bogvågsfenomen, uppträdande när elektroner tränga in i ett medium med en hastighet överskridande den där rådande ljushastigheten. Det utsända ljuset visar polarisation.

Såväl konferensen som utställningarna efterlämnade hos observatören ett mycket starkt intryck av den nu inledda atomålderns realiteter. Konferensen kan vara början till en lycklig utveckling, om den följes av flera sådana i samma goda samförståndsanda.

Om tröghetskrafter

Av lektor Torbjörn Ljunggren, Stockholm

I septemberhäftet år 1954 av denna tidskrift behandlade lektor M. Sjöström den intressanta frågan om tröghetskrafternas plats i vårt realgymnasiums dynamikkurs.[1] Han lämnade emellertid en hel del problem i sammanhang därmed olösta. Hur bör begreppet tröghetskraft införas i kursen? I vilken utsträckning kan man på detta elementära stadium göra bruk av det? Denna artikel vill vara ett inlägg i debatten om dessa frågor.

Man måste nog börja med att göra klart för sig vad man menar med kraft över huvud taget. Vid vår gymnasieundervisning blir detta begrepp så att säga föremål för en dubbel introduktion. I statiken presenteras kraften, kort uttryckt, som »orsaken till fjäderförlängningar», i dynamiken däremot som upphovet till materiella kroppars accelerationer. Denna situation är naturligtvis pedagogiskt sett inte lycklig, och det skulle vara mycket tacknämligt, om man kunde konstruera en någorlunda enkel försöksanordning, som direkt mätte den acceleration, en viss fjäderförlängning ger en viss massa. Det skulle betyda ett stort framsteg från Atwoods fallmaskin i alla dess varianter. Klarheten i detta avseende skulle kunna vara större i läroböckerna, vårt lands såväl som utlandets. I en alldeles ny och i många avseenden utmärkt utländsk lärobok avsedd för utbildning av lärare på låg- och mellanstadiet presenteras sålunda Newtons kraftlag med en demonstration enligt fig. 1; den accelererande kraften för kroppen med massan M säges vara tyngden av vikten m. Just i ett försök av denna art är det begreppsförvirrande att sätta likhet mellan tyngden av m och spänningen i snöret.

När emellertid denna dualistiska syn på kraftbegreppet på något mer eller mindre tillfredsställande sätt klarats upp för eleverna, blir

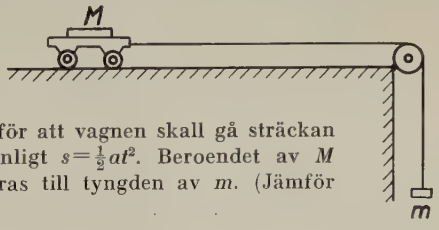


Fig. 1. Ur den tid t som kräves för att vagnen skall gå sträckan s bestämmes dess acceleration enligt $s=\frac{1}{2}at^2$. Beroendet av M studeras. Dragkraften approximeras till tyngden av m. (Jämför texten i artikeln.)

[1] Elementa *37* (1954), 179—181.

naturligtvis den dynamiska definitionen den, som så att säga behåller fältet. För en materiell partikel med massan m blir sambandet mellan kraften $\bar{F}$ och accelerationen $\bar{a}$

$$\bar{F}=m\cdot\bar{a} \tag{1}$$

Denna ekvation blir på så vis ej en naturlag i egentlig mening utan en definitionsekvation för kraft. Därmed står det klart, att den ej kan bevisas; en demonstration med hjälp av t. ex. Atwoods anordning bör ha till enda syfte att visa, att den nya definitionen är förenlig med den gamla. Ekv. (1) har alltså endast formell betydelse, så länge man ej inför speciella kraftlagar, t. ex. gravitationslagen, lagen för elastiska krafter etc.

En av konsekvenserna av ekv. (1) är att $\bar{F}$ beror av arten av det koordinatsystem, vari rörelsen studeras. Övergår man från ett system till ett i förhållande till det första accelererat system, får därmed också $\bar{F}$ ett nytt värde. I Newtonsk mekanik med dess illusion om ett absolut rum är detta ett icke tillfredsställande läge, som löses genom att man endast tillåter s. k. berättigade koordinatsystem (inertialsystem), vanligen approximerade till sådana som rör sig med likformig hastighet från vårt solsystem och med fixa axelriktningar i förhållande till fixstjärnorna.

För den som vill stå kvar på den gamla mekanikens mark går nu resonemanget fram till tröghetskrafterna ungefär denna väg. Man upptäcker, att med beteckningen $\bar{F}_1=-m\bar{a}$ kan ekv. (1) skrivas

$$\bar{F}'=\bar{F}+\bar{F}_1=0 \tag{2}$$

så att man får en ekvation, som formellt överensstämmer med kravet på jämvikt. Den införda kraften $\bar{F}_1$ ges namnet tröghetskraft, och man betonar starkt, att förändringen är av matematisk art, tröghetskraften en fiktiv kraft, och att konstgreppet införts endast därför att resultatet är så användbart. Många kända läroboksförfattare presenterar teorien på detta sätt. Joos säger sålunda i sin Lehrbuch der theoretischen Physik: »Die Dynamik können wir nun mit einem gewissen Trick auf die Statik zurückführen». Och i sin Introduction to the Theory of Relativity faller Bergmanns ord på liknande sätt: »When we refer the motion of bodies to a frame of reference which is not an inertial system we encounter accelerations which do not correspond to real forces acting on a body ...».

Betyder nu verkligen övergången från (1) till (2) någon lättnad? Så länge det gäller endast en materiell punkts dynamik, är väl vinsten inte särskilt stor, men så snart man övergår till att betrakta ett punktsystem, blir den uppenbar. Efter applikation av de virtuella

förskjutningarnas princip kommer man fram till d'Alemberts princip, och den vägen begagnar man ju också för att komma fram till den klassiska mekanikens allmänna ekvationer, Lagranges och Hamiltons.

Emellertid anser mången, att man inte bör stanna kvar i denna tomt formalistiska inställning till den företagna förändringen. Man menar, att eftersom man ofta subjektivt och handgripligt erfar konsekvenserna av dessa tröghetskrafter, bör detta återspeglas i ett erkännande av deras fysikaliska realitet. Det direkta svaret på detta är visserligen, att även »vanliga» krafter mäts och uppfattas genom de accelerationer de förorsakar eller skulle kunna förorsaka. Men ett par omständigheter bör vi framdraga och skärskåda, innan vi för debatten vidare.

Enligt de föreställningar, som ligger bakom Newtons tredje rörelselag, emanerar varje kraft verkande på en kropp från en annan kropp, som i sin tur utsättes för en lika stor men motsatt riktad kraft. Till en tröghetskraft är det nu inte så lätt att hitta en sådan motkropp och motkraft. Att, som ibland händer, grunda läran om tröghetskrafter på just lagen om aktion och reaktion är, enligt vad som här sagts, olämpligt och, där förfarandet icke åtföljs av en ingående utredning, felaktigt. Den enda logiska möjligheten är väl den, som E. Mach påpekat och diskuterat: man inför begreppet inertialsystemets (stjärnvärldens) samlade massa. Även med denna föreställning intar tydligen tröghetskrafterna en undantagsställning.

En annan väsentlig egenskap hos dessa krafter är proportionaliteten mot massan. Den enda vanliga kraft, som har samma egenskap, är gravitationen. Betydelsefullt för det resonemang vi nu för är, att begreppet massa verkligen kan användas för att beteckna två så olika egenskaper hos materien. Man måste begreppsmässigt skilja på trög och tung massa, och först de mycket noggranna undersökningar, som v. Eötvös företog, säkerställde det faktum, att dessa bägge attribut hos en kropp är strängt proportionella, m. a. o. att det är omöjligt att experimentellt skilja på dem.

Einstein var den som insåg, hur viktig denna naturlag är. För en observatör i ett system, som icke har någon förbindelse med omvärlden, är det omöjligt att avgöra om en acceleration i hans system beror på massans tröghet eller på närvaron av ett gravitationsfält. Det är detta, som Einstein exemplifierar i den bekanta bilden av en person instängd i en hiss, vars bärlina går sönder, eller, i en mera drastisk version, av en rymdfarkost, som långt från övriga massor i universum accelereras av en utanför verksam demon. Till den iakttagna förändringen i kropparnas sätt att röra sig har en observatör två förklaringsgrunder: antingen har gravitationsfältet eller också de verkande tröghetskrafterna ändrats. Han har icke någon möjlighet att

träffa ett »rätt» val mellan dem. Den överläggning, som Einstein här gör, och som brukar återges mera detaljerat i varje populär framställning av relativitetsteorien, utmynnar i hans slutsats att det är omöjligt att tala om en absolut acceleration.

Återvänder vi nu med detta resultat till vår diskussion av ekvation (1), måste vi alltså sluta att tala om att ett visst koordinatsystem skulle vara mera berättigat än ett annat. Beskrivningen i ett koordinatsystem, som följer med kroppen, är helt ekvivalent med beskrivningen i det »orörliga» systemet. De krafter varom ekvation (2) talar, har därför samma grad av (eller brist på) realitet som de, som förekommer i ekv. (1). Men konsekvensen av denna syn på fenomenen är, att man måste överge den klassiska mekaniken och införa relativistiska föreställningar. En intressant beskrivning av hur Lorentztransformationen är en kinematisk konsekvens av mycket rimliga krav på koordinatsystems likaberättigande har P. O. Löwdin givit i en tidigare åtgång av denna tidskrift.[1]

Artikelförfattarens egen syn på problemet, hur tröghetskrafterna skall införas, är, att man dock icke på skolstadiet bör lämna den föreställningsvärld, som den newtonska mekaniken givit oss. Eftersom användning av tröghetskrafter underlättar för eleverna att förstå och lösa en hel del problemsituationer, är det önskvärt och lämpligt att införa dem. Men i klassisk mening står krafter av denna art i särklass, och de kan tilldelas en så att säga högre grad av fiktivitet än vanliga. »Om man här inför en tröghetskraft, kan man sedan lösa det dynamiska problemet, som om det vore ett jämviktsproblem»; det är ungefär den syn man bör bibringa sina elever. De bör vara väl varse den modala konstruktionen. Metoden får ej heller bli allenarådande; det rent dynamiska betraktelsesättet bör eleven också bringas att förstå och tränas att använda.

En annan väsentlig fråga gäller, hur långt man kan driva användningen av tröghetskrafter vid undervisningen. I den redan citerade artikeln av lektor Sjöström ges flera exempel på när begreppet med gott resultat kan användas. Inga principiella invändningar kan heller resas, så länge det gäller en enstaka materiell punkts dynamik. När det gäller stela kroppar, blir situationen en annan. Man måste då kräva av den, som använder metoden, att han kan beräkna resultanten till de tröghetskrafter, som påverkar de partiklar, varav kroppen är uppbyggd, både till storlek och anbringningspunkt (-linje).

[1] P. O. Löwdin, Lorentz-transformationerna och den kinematiska relativitetsprincipen. Elementa 22 (1938), 161—169.

Situationen återges nog ganska bra av den erfarenhet, som en gymnasielärare i fysik delgivit författaren. Han gav i en skrivning i högsta ringen följande problem, som ursprungligen givits i teknisk realexamen.

> På det horisontella flaket av en lastbil, som kör med en hastighet av 45 km/h, ligger ett stenblock. Friktionskoefficienten är 0,6. Vilken är den kortaste vägsträcka, på vilken bilen kan bringas att stanna utan att blocket börjar glida?

Han hade då icke i sin undervisning med ett ord berört begreppet tröghetskraft och dess användning. Likafullt behandlade ca hälften av klassavdelningen problemet som ett jämviktsproblem. Han är förvisso inte ensam om sådana erfarenheter. Eleverna har tydligen en intuitiv känsla för denna möjlighet att angripa dynamiska problem. Det är bara den hållhaken, att intuitionen även säger dem, att tröghetskraften angriper i kroppens tyngdpunkt. Befäster man nu deras tro i det avseendet genom att (utan att redovisa inskränkningen) ge dem endast problem, där detta gäller, bryter man mot en princip, som väl gäller all pedagogisk verksamhet: Om man ger eleverna en kortfattad kurs i något stycke, bör den ges i sådan form, att deras senare inhämtande av en större kurs ej på något sätt försvåras.

Så länge det endast gäller att beräkna den resulterande tröghetskraftens storlek, kan man visserligen räkna som om all massa vore koncentrerad i tyngdpunkten. Låt oss betrakta ett system med N partiklar med lägevektorerna $\bar{r}_k$ och massorna m_k och där totala massan är M och tyngdpunktens lägevektor $\bar{r}$. Definitionsekvationen för denna vektor är då

$$\sum_{k=1}^{N} m_k \bar{r}_k = M\bar{r}$$

Deriveras denna två gånger med avseende på tiden, får man

$$\sum_{k=1}^{N} m_k \bar{a}_k = M\bar{a}$$

och detta utsäger ju, att vektorsumman av alla tröghetskrafterna är den tröghetskraft, man skulle få, om all massa tänktes koncentrerad till tyngdpunkten och gåves dennas acceleration.

Men resultantens verkningslinje går vanligen icke genom tyngdpunkten. När kroppen beskriver en ren translation, är dock detta fallet, och en situation tillhörande denna grupp behandlar det studentproblem från vt 1952, som väl var upphovet till lektor Sjöströms artikel. Även i vissa fall av rotationsrörelse blir situationen lika enkel. Som exempel skall följande problem anges:

En horisontell cirkulär skiva kan bringas att rotera kring en vertikal axel genom medelpunkten. Skivan är runt om försedd med en vertikal cylindrisk kant, vars höjd över skivans plan är 3,0 mm. På skivan ligger en sfärisk stålkula med 5,0 mm radie, som under rotationen stöder mot den vertikala kanten. Dess medelpunkt ligger då 50 cm från rotationsaxeln. Hur stort får skivans varvtal högst vara för att kulan skall ligga kvar?

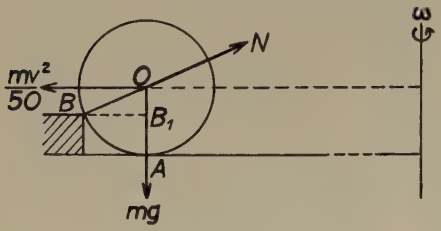


Fig. 2. Enl. texten är OB och OB_1 resp. 0,5 och 0,2 cm och avståndet från O till rotationsaxeln 50 cm.

Lösningen sker här onekligen enklast, om man inför centrifugalkraften (fig. 2). I gränsläget är tryckkraften från underlaget i A noll, och om momentet tages kring en axel genom B, fås

$$\frac{mv^2}{50} \cdot 0{,}2 = mg\frac{\sqrt{21}}{10}$$

(alla storheter ha uttryckts i C. G. S.-enheter), där v är tyngdpunktens hastighet. Övergår man till varvtalet, fås det kritiska varvtalet till 64 varv/min.

Orsaken till att resultatet kan nås så enkelt här är väl kortast sagt den att den betraktade kroppen har en symmetriaxel, som är parallell med den resulterande tröghetskraften. I problem, där detta ej är uppfyllt och som alltså för närvarande alls ej är tänkbara på skolstadiet, får man gå fram med försiktighet. Låt oss ta ett exempel:

Ändarna av en homogen stav med längden l och massan m kan utan friktion glida utefter två från en punkt O utgående axlar av vilka den ena är vågrät, den andra lodrät och riktad nedåt. Bestäm stavens jämviktsläge i förhållande till axlarna, om systemet bringas att rotera kring den vertikala axeln med vinkelhastigheten ω.

Med i fig. 3 angivna beteckningar fås jämviktsvillkoren

$$N_1 = \int r\omega^2 dm, \qquad N_2 = mg$$

$$-mg \cdot \frac{l}{2}\sin\varphi + mg \cdot l \sin\varphi - \int r\omega^2 x \cos\varphi \, dm = 0$$

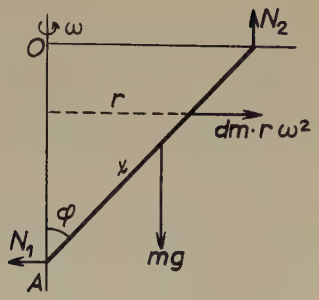


Fig. 3. r är masselementets dm avstånd till rotationsaxeln och x dess avstånd till A.

där den sista ekv. återger, att momentet kring en axel genom A är noll. Integrationerna är utförda över hela stången. Ur dessa ekv. fås jämviktsläget:

$$\cos\varphi = \frac{3g}{2\omega^2 l} \text{ (om } \omega^2 > 1{,}5\, g/l\text{; annars } \sin\varphi = 0\text{)}$$

Uppgiften är med avsikt vald mycket enkel. Erfarenheter t. ex. från Tekniska högskolan visar med stor tydlighet, att de f. d. gymnasisterna har stor benägenhet att i problem av denna art placera resulterande tröghetskraften i tyngdpunkten. Om nu denna dåliga vana grundlagts i gymnasieundervisningen (och fog för en sådan uppfattning finnes), bör man ta under allvarligt övervägande, om man inte pressat användningen av tröghetskrafter litet för långt. Skall man verkligen behandla stela kroppar med denna metod, måste det klart anges, att denna, när kroppen ej beskriver en ren translation, kan medföra komplikationer. Författaren vill för sin del hävda, att uppgiften nr 3 i fysikprovet våren 1952 (den som behandlas i lektor Sjöströms artikel) tillhör en sådan typ, att man bör noga betänka sig, innan den ånyo användes i ett så kursnormerande sammanhang.

Aktuellt

Föreningen i Lund för matematisk-naturvetenskaplig undervisning

sammanträdde lördagen den 26 och söndagen den 27 nov. på Universitetets fysiska institution. Mötet, som var synnerligen väl besökt, ägnades helt åt elektronik. Demonstrationerna och till dem hörande, inledande föredrag var avsedda att tillsamman ge en utbildningskurs på detta viktiga område för lärarna i fysik vid läroverken i Södra Sverige.

Programmet var uppgjort i nära samarbete med docenten Lennart Stigmark. Kungl. Skolöverstyrelsen hade välvilligt lämnat ekonomiskt understöd åt denna kurs liksom åt vårterminens i atomlära. Den hade dessutom beviljat lärarna ledighet under lördagen från det ordinarie skolarbetet och därigenom i hög grad underlättat deras deltagande i kursen.

Demonstrationerna var uppdelade i följande grupper, som successivt åsågs av alla deltagarna:

Elektronrörens allmänna egenskaper: Diod, triod, pentod. Upptagning av rörkarakteristikor. Bestämning av rörkonstanter som demonstrations- och laborationsexperiment. Tyratronen och dess tändkurva. Kippsvängningar. Katodstråleoscillografen.

Elektronröret som oscillator: LC-generatorn, RC-generatorn. Kristallstyrd generator. Amplitudmodulering.

Elektronröret som likriktare och som förstärkare av lågfrekventa svängningar: Hel- och halvvågslikriktning. Spännings- och effektförstärkning. RC-kopplad spänningsförstärkare. Variation av förstärkningen genom motkoppling. Elektronröret som demodulator (detektor). Demodulering genom diod. Gallerlikriktande detektor.

Mikrovågor: Polarisation. Interferens. Lecher-system. Klystronen. Magnetronen.

Några moderna tillämpningar: Spänningsstabilisering med glimlampor och elektronrör. Rörvoltmetern. Transistorn som oscillator och förstärkare. Termistorn. Termistorbrygga med tyratronrör.

Som instruktörer fungerade biträdande läraren Göran Leide, amanuensen Eskil Möller, docenten Osvald Lundquist, docenten Lennart Stigmark och amanuensen Börje Persson. Tack vare ett mycket om-

fattande förarbete från deras sida kunde kursen genomföras smidigt och elegant. Dess värde förhöjdes ytterligare genom interfolierade och stencilerade försöksbeskrivningar, som utdelades till mötesdeltagarna. Apparatur och lokaler hade liksom vid vårens kurs välvilligt ställts till föreningens disposition av fysiska institutionens chefer.

Firma R. Grave anordnade i samband med mötet en utställning av fysikalisk apparatur.

Lördagens program avslutades med gemensam middag å restaurang Storkällaren. *Birger Adell*

Föreningen för matematisk-naturvetenskaplig undervisning

håller sitt ordinarie årsmöte den 4—5 januari 1956 i Uppsala. Mötesförhandlingarna äger rum på kemiska institutionens föreläsningssal. Programmet upptar ett föredrag av lektor C. Lönnqvist över ämnet »Den nya satelliten», demonstrationer av skolförsök i fysik av lektor F. Hjerting, Köpenhamn, och ingenjör S. Lindholm, Stockholm, och i kemi av lektor B. Englund, Uppsala. Vidare ingår i programmet ett besök vid Pharmacia och två diskussioner. Den ena av dessa diskussioner rör enhetsskolans kursplaner i matematik, fysik och kemi och inledningsanförandet hålls av undervisningsrådet J. Orring. Den andra diskussionen behandlar det nordiska samarbetet med inledningsanförande av dr. U. Kuuskoski, Helsingfors.

Förhandlingarna börjar båda dagarna kl. 10, och deltagare bosatta i Stockholm kan lämpligen resa till Uppsala med ett persontåg som avgår från Stockholm kl. 8.30 med ankomst till Uppsala kl. 9.33.

Närmare upplysningar om årsmötet jämte program för mötet kommer att sändas ut till föreningens medlemmar. Eventuella förfrågningar kan ställas till lektor Bertil Englund, Götgatan 11, Uppsala eller till undertecknad, lektor Bror Gustaver, Nyodlingsvägen 7, Bromma. Medlemskap i föreningen kan erhållas genom insättning av årsavgiften kr. 8:— på föreningens postgirokonto 85 825, varvid titel, namn och adress antecknas på kupongen. *Bror Gustaver*

Nionde nordiska kemistmötet

avhålles i Aarhus 21—26 aug. 1956. Mötet kommer att omfatta dels plenumföredrag av inbjudna föredragshållare, dels korta sektionsföredrag, som bör anmälas före 15 mars 1956. Sektioner: fysikalisk kemi, oorganisk kemi, organisk kemi, biokemi, teknisk kemi. Ordförande i den svenska kommittén är prof. Arne Tiselius. Närmare upplysningar om mötet kan erhållas från sekreteraren, tekn. lic. Bengt Sandberg, postfack 30017, Stockholm 30. Preliminär anmälan bör göras till sekr. före 1 febr. 1956.

Gradualavhandlingar [1]

Birger Drake, *Chromatography combined with automatic recording of electrolytic conductivity.* Sv. Kem. Tidskr., Bd *67*, 139—154 (1955). Disp. i Uppsala den 21 maj 1955. Opponenter: docent Gösta Frick och fil. mag. Stig Herbertsson, Uppsala.

Avhandlingen behandlar metodiska frågor i samband med analys av aminosyror, aminer och alkalimetaller. Framläggandet av resultaten har skett i form av sex artiklar i Arkiv för Kemi Bd *4* (1952) och *8* (1955) samt i ovannämnda sammanfattning.

Efter en kort historik behandlas de teoretiska frågorna. De uppställda formlerna avse att visa vilka faktorer som påverka känslighet och noggrannhet, då metoden användes för kvalitativt eller kvantitativt bruk. Det visas, att en registrering av konduktivitet ger toppar, vilkas yta är proportionell mot substansmängden i motsvarande zon (med olika empirisk faktor för varje substans). Vid registrering av motstånd måste man däremot införa en korrektion, vilkens storlek har beräknats.

Den använda apparaturen består av en kromatografisk del och en elektrisk del. Den förra är av konventionell typ med glasrör av dimensionerna 2×200 mm och 4×440 mm. Den elektriska delen består av en ledningsförmågecell av små dimensioner och en självbalanserande ledningsförmågebrygga samt en lämplig skrivare. Bryggan innehåller en faskänslig detektor, som via reläer och en reversibel motor vrider en tiovarvspotentiometer, som är inkopplad i serie med dekadmotståndet i en av bryggans grenar, så att balansen återställes, varje gång som cellens motstånd ändras. Cellens kapacitet balanseras ut manuellt, innan ett försök startas, och det har visats, att den med motståndsändringen följande kapacitetsändringen har så liten inverkan på registreringens känslighet och noggrannhet, att en automatisk balansering av kapaciteten är obehövlig.

I den metodiska delen behandlas kromatografiska data och provningar av apparaturen samt de speciella försiktighetsmått som måste iakttagas för att tillfredsställande resultat skola erhållas.

I den experimentella delen genomgås de försök som utförts, grupperade efter det använda lösningsmedlet. I alla försök har katjonbytaren Dowex 50 använts som sorbent. Lösningsmedlen ha varit: HCl av koncentrationer från 0,02 till 1,0 N; HCl med tillsatser av formalin, etanol eller ättiksyra; neutrala eller sura lösningar av alkaliklorider samt vissa buffertlösningar. I regel ha försöken utförts som elutions-

[1] När ej annorlunda anges, är referatet av vederbörande förf:s egen hand.

analyser, men frontanalys, förträngningsanalys och gradientelution ha också prövats.

Resultaten ha jämförts under rubrikerna toppformer, topplägen och toppytor. Substanser med höga R_F-värden ge alltid smala, sammanhängande toppar, medan substanser med låga R_F-värden ge utdragna toppar med uttalad svansningseffekt. I några fall har en »negativ svansning» iakttagits. En formel har uppställts för elutionsvolymen såsom en funktion av de utbytta elektrolyternas aktivitetskoefficienter. Metodens användbarhet för indikering av zoners läge i ett kromatografiskt försök är uppenbar. Den relativt dyrbara apparaturen är dock berättigad först genom möjligheten till kvantitativ analys. Det har i detta avseende visats, att en noggrannhet på några procent lätt kan erhållas, men att en förbättring av noggrannheten till under ± 1 % stöter på stora svårigheter. En orsak härtill är att det är svårt att hålla baslinjen absolut konstant, samtidigt som känsligheten hålles hög.

Den sista av artiklarna innehåller ett bidrag till en teori för gradientelutionsanalysen.

Avhandlingen avslutas med en diskussion, som bl. a. går ut på att jämföra den beskrivna metoden med liknande metoder som utarbetats av forskare i England och Sverige.

Lars Sihlbom, *Investigations in the Retene Field and Studies on the Behaviour of Some Nitro-amines when Treated with Hydrochloric Acid.* Stockholm 1955, sammanfattning av 10 uppsatser publicerade i Acta Chem. Scand. Disp. vid Stockholms Högskola den 20 maj 1955. Opponenter: docent Lars Melander och fil. lic. Kurt Torssell.

Avhandlingen omfattar sex arbeten inom retenkemien och fyra behandlande några aromatiska nitroaminers reaktion med saltsyra.

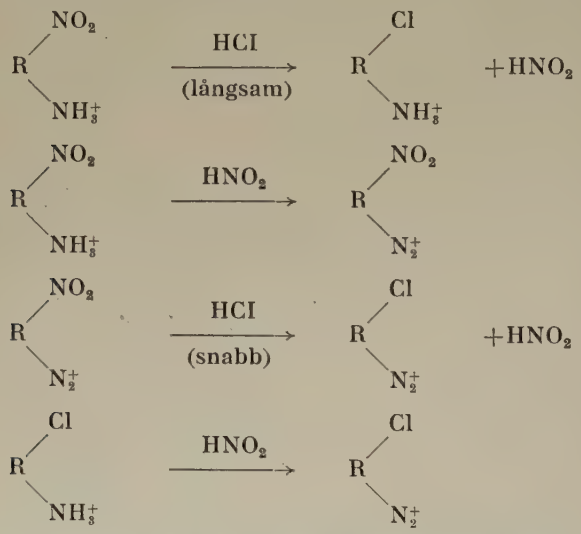
Avsikten med retenarbetena var att undersöka möjligheten att genom direkt nitrering av kolvätet framställa nitroretener. Andra forskare, som tidigare behandlat detta nitreringsproblem, ha huvudsakligen erhållit hartsartade produkter, ur vilka definierade derivat icke separerats. År 1947 lyckades dock två danska forskare, Fredriksen och Nielsen, ur nitrerat reten isolera 9-nitroreten i ett utbyte på ca 5 %.

För undersökning av den produkt, som bildas vid nitrering av reten, var det av intresse att känna egenskaperna hos några nitroretener. Karrman och Sihlbom hade tidigare framställt 9-nitroreten via 3-acetamidoreten, som vid nitrering ger 9-nitro-, 4-nitro- och 4,9-dinitro-3-acetamidoreten. Konstitutionsbestämningen av de två sistnämnda derivaten behandlas i avhandlingen och i samband härmed framställdes 4-nitro- och 4,9-dinitroreten. I anslutning till dessa arbeten fastställdes konstitutionen hos några nitroföreningar, som

framställts av andra forskare genom nitrering av 3-retenol och några av dess acyl- och alkylderivat. Vid mononitrering sker substitution i 4- och 9-ställning, vid dinitrering erhålles 4,9-dinitroderivat.

Nitreringen av reten utfördes i närvaro av bortrifluorid. Efter kromatografisk rening av råprodukten erhölls en blandning av mononitroretener i ett totalt utbyte på ca 85 %. För bestämning av blandningens sammansättning överfördes isomererna till motsvarande acetamidoretener, vilka voro relativt lätta att separera. Ur denna blandning isolerades 3- (4 %), 4- (16 %), 6- (2 %), 9- (42 %) och 10-acetamidoreten (16 %). En enkel metod för framställning av 9-acetamidoreten har utarbetats.

Vid försök med 4,9-dinitro-3-aminoreten konstaterades, att denna förening vid behandling med saltsyra i varm isättikelösning snabbt och kvantitativt omvandlas till 4-klor-9-nitroreten-3-diazoniumklorid. Undersökning av reaktionsmekanismen visade, att diazoniumsaltet bildas genom följande kedjereaktion:



Saltsyrans inverkan på mono- och dinitroanilinerna samt på några nitronaftylaminer undersöktes även. Mononitroanilinerna reagera ej. Av dinitroanilinerna reagera alla utom 3,5-dinitroanilin. Härvid utbytas nitrogrupper i orto- och paraställning till aminogruppen mot klor och som slutprodukt erhålles klorsubstituerat diazoniumsalt. Nitronaftylaminerna reagera på analogt sätt, dock äro de mera reaktiva.

I samband med undersökningen av naftalinderivaten framställdes 2,3- och 3,4-dinitro-1-naftylamin.

INGER BRATTSTEN, *Continuous zone electrophoresis by crossed velocity fields in a supporting medium.* Uppsala 1955. Disp. i Uppsala 25 maj 1955. Opponenter: docent CLAES WEIBULL, Uppsala, och Dr. DEREK MOULD, Aberdeen.

Laddade partiklars egenskap att vandra med karakteristiska hastigheter i ett elektriskt fält har lagts till grund för ett flertal metoder, analytiska såväl som preparativa, vilka syfta till uppdelning av blandningar av substanser i de rena komponenterna. Den undersökning, som här skall refereras, avhandlar ett preparativt förfarande för isolering av substanser, särskilt proteiner, genom elektroforetisk separation.

Metoden kännetecknas i första hand av att preparationen utföres som en kontinuerlig process, avsedd att kunna pågå under konstanta betingelser under längre tidsperioder. I princip åstadkommes detta genom att en lösning, innehållande de substanser som skola renframställas, med jämn hastighet transporteras genom ett elektriskt fält vinkelrätt mot vätskans rörelseriktning. Komponenter med olika elektrisk vandringshastighet avlänkas då olika starkt i det elektriska fältets riktning och lämna detsamma isolerade från varandra. Separationen utföres i en kyvett med rektangulärt tvärsnitt och ca 10 mm tjocklek. Det elektriska fältet är horisontalt; ett laminärt vätskeflöde i vertikalriktningen erhålles genom att elektrolytlösning kontinuerligt tillförs i cellens ovanplan och sugs ut i dess bottenplan. Substansblandningen tillförs i ett begränsat avsnitt i ovanplanet, och varje komponent kommer sålunda att bilda ett band med karakteristisk lutning mellan injektionspunkten upptill och utsugningspunkten nedtill. Konvektionsströmmar på grund av de skiktade lösningarnas olika täthet elimineras genom närvaron av ett kapillärsystem, som självt ej deltar i de elektrokemiska förloppen men i tillräckligt hög grad ökar friktionsmotståndet i den strömmande lösningen. För att man skall få skarp separation måste processen regleras så, att substansbandens lägen i cellen ej ändras under försökstiden. De totala bandförskjutningarna förbli konstanta, om förhållandet mellan hastigheterna i det vertikala strömningsfältet och det horisontala elektriska fältet hålles konstant i tiden för varje deltagande jonslag.

Ehuru metoden ägnar sig väl för analyser och smärre preparationer på laboratoriet, är det uppenbart att man först vid preparation i större skala till fullo kan utnyttja möjligheten till kontinuerlig drift, men samtidigt kräves för en sådan tillämpning automatisering av processen, särskilt beträffande synkroniseringen av de båda hastighetsförloppen och värmekontrollen. Undersökningen har därför inriktats på utarbetande av lämplig processkontroll, speciellt med hänsyn till betingelserna för separation i stor skala. Den teknik som

valts ger hög noggrannhet även i långvariga försök (sammanhängande försökstider av upp till 14 dagar har använts) och lämpar sig för stora såväl som för små apparater.

Förutom på möjligheten att automatisera processkontrollen beror metodens effektivitet i preparativt syfte på den maximala kapacitet som kan nås, dvs. på den absoluta separationsförmågan och utbytet per tidsenhet. Båda dessa faktorer hänga bl. a. nära samman med separationscellens konstruktion och det närvarande kapillärsystemets egenskaper. Med de resurser som stått till buds har ett systematiskt studium av dessa problem ej varit möjligt; därför får på nuvarande stadium försökscellens kapacitet (uppdelning av 1 ml serum per timme med en total separation av albumin- och γ-globulinzonerna av drygt 20 cm) i intet avseende betraktas som signifikativ för metodens kapacitet. De utförda försöken visa att kapaciteten avsevärt kan höjas genom enkel förstoring av cellvolymen.

Upplösningsförmågan har studerats i försök med normalserum.

Den beskrivna apparaturen har bl. a. använts för isolering för närmare undersökningar av normalt förekommande spårsubstanser i blodserum och cerebrospinalvätska samt komponenter i patologiska sera (reaginer, akut-fas protein).

Olof Beckman, *Relative intensities of the X-ray K lines of heavier elements.* Arkiv för fysik, Bd 9 Nr 32, 35 sid. Disp. i Uppsala den 24 maj 1955. Opponenter: docent Åke Nilsson, Uppsala, fil. mag. Bertil Nordfors, Uppsala och byråingenjör Tord Beckman, Stockholm.

Undersökningen omfattar bestämning av röntgenlinjernas relativa intensiteter i K-spektra för flera av de tyngsta grundämnena, nämligen samtliga element från 73 Ta till 83 Bi samt dessutom 90 Th och 92 U.

Den höga tändspänningen för K-spektra hos dessa ämnen (115 kV för U) kräver en hög spänning över röntgenröret. En lämplig spänningskälla för detta ändamål har varit fysiska institutionens van de Graaff-generator. Mätningarna ha utförts vid en spänning av 500 kV och en elektronstråle av 60—90 μA.

För undersökningar av detta slag fordras en spektrograf med hög ljusstyrka men ändå relativt god upplösningsförmåga. Den för det aktuella spektralområdet (100—220 XE) lämpligaste spektrometern är Cauchois' montering av den fokusserande röntgenspektrometern med krökt kristall. Den av förf. byggda apparaturen, som är beskriven i avhandlingen, utnyttjar en kvartskristall böjd till 2,5 m radie. Röntgenspektrum fokusseras av kristallen mot en spalt, och den genom spalten infallande strålningen registreras med en scintillationsräknare med NaJ-kristall kopplad till en enkanalsdiskriminator. Genom denna

registreringsanordning har det varit möjligt att nedbringa bakgrunden högst väsentligt, vilket underlättar uppmätningen av de svagare linjerna.

Vid beräkningen av röntgenlinjernas intensiteter ur de experimentellt uppmätta värdena är det nödvändigt att taga hänsyn till flera faktorer, nämligen: scintillationsräknarens verkningsgrad, absorption av röntgenstrålningen i fönstret till vakuumsystemet, absorption av strålningen i själva antikatoden och kristallens reflektionsförmåga. Av dessa fyra faktorer är det endast de två sistnämnda, som i väsentlig grad inför korrektioner i beräkningen av de relativa linjeintensiteterna.

I avhandlingens senare avsnitt jämför förf. de erhållna resultaten med tidigare mätningar och med de teoretiska beräkningar, som finnas tillgängliga. Med hänsyn till de mycket stora svårigheter, som förefinnas vid beräkningen av linjeintensiteter för de tyngsta grundämnena, måste överensstämmelsen mellan teori och experiment anses tillfredsställande.

Förf. redogör slutligen för uppmätningen av en mycket ljussvag linje, som tidigare icke varit med säkerhet påvisad. Linjen härstammar från övergången KL_I, vilken är förbjuden enligt de normala urvalsreglerna, dvs. som elektrisk dipolstrålning, men är tillåten som magnetisk dipolstrålning. Förf. har uppmätt linjen för två ämnen, W och Au, och funnit dess intensitet vara 0,2, om spektrums starkaste linje α_1 sättes till 100.

Bokanmälningar

Victor Thébault, *Parmi les belles figures de la géométrie dans l'espace (Géométrie du tétraèdre).* Librairie Vuibert, Paris 1955, XVI+287 p., 2000 fr.

I geometriens historia möter man en lång rad franska förgrundsgestalter. Detta gäller speciellt för triangel- och tetraedergeometrien. Sedan den förstnämnda nått en viss avslutning ha flera geometriker funnit ett rikt arbetsfält inom den senare. En av de mest kända bland dessa är V. Thébault. Läser man igenom den av R. Goormaghtigh i Mathesis (1951) publicerade lexikografiska tetraederterminologien med litteraturhänvisningar, finner man namnet Thébault under majoriteten av de med citat försedda rubrikerna, ofta som första och enda namn. Också har det blivit en vacker och rikhaltig bok, som innehåller det väsentligaste inom tetraedergeometrien av i dag, när nu denne författare efter ett under mer än trettio år med okuvlig energi och ännu livaktig fantasi genomfört forskningsarbete samlat de viktigaste och

intressantaste av sina resultat (vilka hittills måst sökas i ett stort antal tidskrifter), ordnat och avrundat dem samt på vissa punkter kompletterat från annat håll. Några originalartiklar av andra tetraedergeometrici förhöja ytterligare bokens värde. Detsamma gäller om de 81 uppgifter, på 5 när av M. Thébaults eget fina märke, som läsaren får tillfälle att pröva sina krafter på.

Metoden är till stor del rent geometrisk (»de la belle et bonne géométrie» skriver professor R. Deaux), men även analytisk metod (mest tetraederkoordinater) anlitas naturligtvis. Bägge handhavas suveränt.

Någon systematisk lärobok har M. Thébault ej avsett att åstadkomma. Härför är tiden ännu icke mogen. Men för en kommande författare till ett sådan arbete blir »Parmi les belles figures ...» en guldgruva, vilken ingen kan förbigå som vill lära känna tetraedergeometriens ställning vid 1950-talets mitt.

M. Thébault är att lyckönska till att ha fått färdigställa detta sköna monumentum, aere perennius, vid aftonväkten av en ovanligt lång och sällsynt väl använd arbetsdag. *Josef Andersson*

A. Erdélyi / W. Magnus / F. Oberhettinger / F. G. Tricomi, *Higher Transcendental Functions.* Vol. III. McGraw-Hill Book Co., New York, Toronto, London 1955, Pp. 292, 49s. net.

Föreliggande bok utgör tredje och sista delen av ett mycket omfattande arbete behandlande alla mer betydande icke elementära funktioner. Grundstommen utgöres av efterlämnade manuskript av professor Harry Bateman, vars stora erfarenhet inom detta område är synnerligen väl dokumenterad.

Innehållet i detta band har uppdelats i sex kapitel behandlande: Automorfa funktioner, Laméfunktioner, Mathieufunktioner, sfäroidala och ellipsoidala vågfunktioner, talteoriens speciella funktioner och genererande funktioner.

Varje kapitel inledes med kortfattade sammanfattningar av grundläggande satser och definitioner. I första kapitlet behandlas sålunda bl. a. teorien för homografiska transformationer och diskontinuerliga grupper. Någon omfattande formelsamling ges ej här men däremot ingående litteraturhänvisningar. De två följande kapitlen behandlar först separation av resp. Laplace's ekvation och vågekvationen i kroklinjiga koordinatsystem. Vidare studeras de separerade ekvationernas singulariteter och hur dessa klassificera lösningarna. Här finnes även omfattande formelsamlingar med olika framställningsformer, integralrelationer osv. Beträffande beteckningssätt för olika Mathieufunktioner råder stor förbistring i litteraturen; här har man i stort sett valt de beteckningar, som finnes i Meixner och Schäfkes nyligen utkomna standardverk: »Mathieusche Funktionen und Sphäroidfunktionen».

I ett kapitel ges bl. a. en detaljerad redogörelse för talteoriens olika z-funktioner. Bokens sista kapitel ger en allmän och väl troligen unik sammanställning av teorien för genererande funktioner och Apell-polynom.

Verket har dessutom ett fullständigt sakregister kompletterat med ett beteckningsregister för alla behandlade funktioner, och man har all anledning förmoda att det kommer att bli ett standardverk inom ett område, där ett sådant förut saknats. *Bengt Kredell*

Frédéric Riesz/Béla Sz.-Nagy, *Leçons d'analyse fonctionelle.* Troisième édition, Gauthier-Villars, Paris, et Akadémiai Kiadó, Budapest, 1955, viii+488 p., 3000 fr.

Första upplagan av denna redan mycket välkända framställning av modern integrationsteori och av teorin för integralekvationer och lineära operatorer utkom så sent som 1952. Den möttes helt naturligt av ett mycket stort intresse, bl. a. därför att all världens matematiker länge väntat på Frédéric Riesz' slutliga formulering av teorin för funktioner av reella variabler, vilken utgör första avdelningen av boken. Att detta intresse har hållit i sig framgår med all önskvärd tydlighet av att redan den tredje upplagan på originalspråket föreligger, att 1954 i Moskva utkom en rysk översättning och att en engelsk upplaga är under förberedelse.

Riesz' uppläggning av stoffet är den rakt motsatta mot den i de flesta läroböcker gängse. Den vanliga gången brukar ju vara: mått, mätbara funktioner, integral, derivata och som kronan på verket Lebesgues sats att varje monoton funktion är deriverbar nästan överallt. Riesz börjar emellertid med Lebesgues sats, fortsätter med ytterligare satser om derivering och behandlar först därefter integralbegreppet, som definieras först för trappstegsfunktioner och därefter genom fortsättning av den definierade lineära funktionalen till en större funktionsklass. Med hjälp av integralbegreppet definieras mätbara funktioner, och slutligen säges en mängd vara mätbar, om dess karakteristiska funktion är mätbar.

Som förberedelse till teorin för Hilbertrum behandlas nu rymden L^2 av kvadratiskt integrerbara funktioner. Läsaren möter sålunda här lineära funktionaler, stark och svag konvergens, separabilitet, fullständighet osv.

Teorin för funktioner av flera reella variabler brukar ju i allmänhet klaras av med ett konstaterande av att måttbegreppet lätt kan generaliseras till flera dimensioner. Riesz anger emellertid en alternativ metod, som i korthet går ut på att etablera en en-en-tydig motsvarighet mellan vissa indelningar av enhetsintervallet i delintervall och t. ex. av enhetskvadraten i småkvadrater, varigenom till varje trappstegs-

funktion i flera dimensioner erhålles en en-dimensionell motsvarighet med samma integral.

Sista kapitlet i första avdelningen behandlar Lebesgue-Stieltjes-integralen och rummet C av kontinuerliga funktioner samt en teori för abstrakt integration i abstrakta mängder.

Den andra och större avdelningen är enligt uppgift skriven av Sz.-Nagy. Den börjar med en behandling av teorin för integralekvationer. I detta sammanhang införes en rad av de begrepp, som sedan återkommer i den allmänna teorin för lineära operatorer. För Fredholms alternativsats ges tre olika bevis, av vilka ett direkt kan generaliseras till godtyckliga totalkontinuerliga operatorer.

Därnäst introduceras abstrakta Hilbert- och Banachrum och de därmed förknippade grundläggande begreppen, såsom lineära funktionaler och operatorer. De flesta av dessa begrepp äro vid det laget, som framgått av det föregående, inte nya för läsaren. De följande fyra kapitlen innehålla ett mycket rikt material om symmetriska och besläktade transformationer, om vilket här endast skall påpekas att även icke begränsade transformationer behandlas. Det näst sista kapitlet behandlar grupper och semigrupper av transformationer och ergodteori och det sista spektralanalys i ett Banachrum.

Allt detta fanns med redan i första upplagan och har knappast undergått någon förändring i den nu föreliggande, bortsett från korrigeringar av ett par fel, som insmugit sig i den ursprungliga texten. Emellertid innehåller tredje upplagan som rent nytillskott ett appendix på 35 sidor, tillägnat F. Riesz på hans 75-årsdag av Sz.-Nagy. Detta appendix behandlar teorin för fortsättningar av transformationer i Hilbertrummet, varvid fortsättningen tillåtes gå utanför rummet. Många av resultaten inom denna teori ha just Sz.-Nagy till upphovsman, och en del av dem publiceras här för första gången.

Boken kan varmt rekommenderas, och lämpliga förkunskaper torde vara stora delar av trebetygskursen i fil. kand.-examen.

Göran Björck

A. Lichnerowicz, *Théories relativistes de la gravitation et de l'électromagnétisme*. Masson & Cie, Paris 1955, 298 p., 2200 fr.

En rad franska matematiker har under förf:s ledning studerat egenskaperna hos Einsteins ekvationer i allmän relativitetsteori samt möjligheterna att lösa dem, och i första delen av denna bok ges en sammanfattning av resultaten av dessa undersökningar. Den andra delen ägnas åt försöken att generalisera relativitetsteorien så att de elektromagnetiska fältekvationerna följer direkt ur densamma. Dessa unitära teorier är i stort sett av två huvudtyper, dels de teorier, som har sin upprinnelse i Weyls försök att beskriva alla fysikaliska fenomen som

egenskaper hos världsmetriken, dels de femdimensionella teorierna, först föreslagna av Kaluza och O. Klein. Förf. behandlar ett exempel av vardera typen (»la théorie d'Einstein-Schrödinger» resp. »la théorie de Jordan-Thiry»).

Enligt förlagsreklamen fordras för studiet av boken endast elementära kunskaper i tensorkalkyl. En tämligen god bekantskap med allmän relativitetsteori och någon kännedom om modern algebra och differentialgeometri torde dock vara att rekommendera.

C. V. Jonsson

R. Taton, *Causalités et accidents de la découverte scientifique.* Illustration de quelques étapes caractéristiques de l'évolution des sciences. Paris, Masson & Cie 1955, 172 pp., 980 fr.

De vetenskapliga upptäckternas historia är rik på omväxling och kan behandlas ur många synpunkter. Förf. till denna bok har valt att i tre huvudavdelningar behandla olika områden för upptäckter (matematik, teoretiska vetenskaper, experimentella vetenskaper), faktorer verksamma vid upptäckterna och slutligen några speciella aspekter på upptäckten såsom originalitet och prioritetsanspråk, »missade» upptäckter, djärvhet och rutin, den vetenskapliga upptäckten som en avspegling av sin epoks kultur. De psykologiska och metodologiska synpunkterna är varken särskilt djupa eller originella, men tack vare att förf. ger talrika och ofta utförliga exempel får man några timmars underhållande läsning, där gammalt och nytt, välkänt och mindre känt växlar. Alla matematiska och naturvetenskapliga forskningsområden torde vara representerade. Bland frågor som diskuteras är också olika forskartyper, tekniska hjälpmedels betydelse för upptäckter av olika slag, slumpens och misstagets roll osv. Språket är lätt, och boken bjuder god populärvetenskap. *Helmer Ringgren*

A. Einstein, *Sur l'électrodynamique des corps en mouvement.* Gauthier-Villars, Paris 1955, 56 p., 300 fr.

Detta häfte i bekvämt fickformat utgör ett nytryck av en fransk översättning av den avhandling i Annalen der Physik 1905, med vilken Einstein skapade den speciella relativitetsteorien. Även i fransk version är det en njutning att följa Einsteins enkla och klara resonemang, där ingenting har blivit föråldrat under de sedan dess förflutna 50 åren.

Häftet ingår i en liten förnämlig serie franska monografier, »Les maîtres de la pensée scientifique», som innehåller originalavhandingar av en rad av naturvetenskapens mest betydande representanter, bl. a. Ampère, Huygens, Lavoisier, Laplace, Monge och Newton.

C. V. Jonsson

C. J. LeBel, *Magnetisk inspelning på band och tråd.* Övers. och bearbetad av Georg Sylwander. Nordisk Rotogravyr, Sthlm 1953, 62 s., kr. 4: 50.

Jan Bellander, *Grammofonavspelning i teori och praktik.* Nordisk Rotogravyr, Sthlm 1955, 109 s., kr. 9: 50.

Apparater för ljudåtergivning spela en allt större roll i vårt dagliga liv. Radion ger oss aktuell information och underhållning, grammofonskivan bringar oss musik av skilda slag, bandspelaren konserverar skeendet. Vi ha vant oss vid dessa apparater och kunna icke undvara dem. Men vi ha kanske också vant oss vid det ljud, dessa apparater prestera och tro, att man inte kan komma så mycket närmare fulländning. Det visar sig dock, att utvecklingen ej är avslutad, den går raskt framåt, och man kan i dag med relativt billig apparatur prestera en ljudåtergivning, om vars brillians och dynamik de flesta människor icke ha en aning. I detta avseende ligga de anglosachiska länderna långt före oss, och speciellt amatörbyggare ägna sig där med stort intresse åt byggandet av högklassiga ljudåtergivningsanläggningar. Även i vårt land ökar intresset härför, och det är därför välkommet, att den svenska tekniska litteraturen berikats med föreliggande böcker om dessa ämnen.

Boken om »Magnetisk inspelning» är översatt från engelska och är mera av informationskaraktär. Den magnetiska inspelningens och återgivningens principer behandlas utförligt, olika felkällor angivas och praktiska tips givas för handhavandet av bandspelare. Därjämte beskrivas några moderna bandspelare och givas scheman och anvisningar för dem som själva önska tillverka förstärkaren. Då boken är avsedd för amatörer, som i allmänhet sakna erfarenheter och resurser för tillverkning av själva bandspelardäcket, går den icke in på den mångfald mekaniska problem hos bandspelare, som måste bemästras.

Boken om »Grammofonavspelning» kompletterar den föregående på ett utmärkt sätt. En förstklassig inspelning på grammofonskiva eller band kan endast komma till sin rätt om samtliga led i återgivningskedjan äro förstklassiga. Boken behandlar dessa led på ett förtjänstfullt sätt. Ljudets fysiska och fysiologiska egenskaper klarläggas, varefter grammofonskiva, grammofonverk, nålmikrofon, avspelningsförstärkare och högtalare ingående beskrivas, och rekommendationer lämnas av lämplig utrustning. För den intresserade amatören finnas utförliga data och bygganvisningar för förstärkar- och högtalaranläggningar. En fördel är de utförliga litteraturhänvisningarna, värdefulla för den som önskar studera ämnet djupare. Boken rekommenderas åt den avancerade amatörbyggaren. *T. Gussing*

Luminescence with Particular Reference to Inorganic Phosphors. British Journal of Applied Physics, Supplement No. 4, The Institute of Physics, London 1955, Pp. 120, 25s. net.

I detta supplement återfinnas de 23 föredrag jämte diskussionsinlägg, som ingingo i den av The Institute of Physics organiserade internationella konferensen om luminescens, som ägde rum i Cavendishlaboratoriet, Cambridge, 7—10 april 1954 mellan bortåt 150 vetenskapligt arbetande tekniker. År 1938 hade en liknande konferens hållits i Oxford, och under de 15 år, som förflutit sedan dess, har — icke minst genom kriget — en snabb vidareutveckling skett inom detta ämnesområde. Detta framgick tydligt av såväl djupet som bredden på diskussionerna.

De första två föreläsningarna avhandlade den historiska återblicken tillbaka till Oxford-konferensen, resp. en inventering av ännu olösta luminescensproblem. Med sina experiment voro dessa föredrag mycket introducerande och visade luminescensens rika användningsmöjligheter. Övriga föredrag kunna med fördel sammanföras i olika huvudgrupper. En första sådan är framställning och användning av lysämnen för lysrörsbelysning, television och elektronrör. I detta sammanhang ha lysämnena sin kvantitativt största betydelse, och särskilt avhandlades nya grundtyper och lyspulverblandningars färgåtergivningsegenskaper. Det torde nog för många vid det här laget framstå klart, att lysrörsljuset ännu lämnar åtskilligt att önska i detta senare avseende. Men förbättringar äro snart att vänta.

En annan huvudgrupp är elektroluminescensen, dvs. då lysämnen i stället för att exciteras av ultravioletfotoner, katodstrålar eller röntgenfotoner exciteras direkt under inverkan av ett elektriskt växelströmsfält. Studiet av elektroluminescensens många olika sidor kan dels ge nya teoretiska aspekter på lysmekanismen, dels vara fröet till utvecklingen av helt nya ljuskällor, som i »kondensatorlampan» fått sin första blygsamma men för vissa specialändamål användbara exponent. Det är huvudsakligast en del sulfidlysämnen, som äro aktuella i dessa sammanhang.

Den tredje huvudgruppen omfattade teorier beträffande luminescenscentra i lysämnen och dessas samklang med olika luminescensyttringar och gav upphov till de mest penetrerande diskussioner med skäl för och argument mot olika meningsriktningar, vilket belyste, hur mycket som återstår att söka reda ut.

Konferensens samlade resultat är en imponerande och högintressant läsning men kräver i stort sett, att läsaren från början har fackmannamässiga insikter i ämnet eller åtminstone orienterat sig med hjälp av mera elementära monografier. *Gunnar Günther*

LEO L. BERANEK, *Acoustic Measurements.* J. Wiley & Sons, New York 1949, Pp. 914, $ 9.00.

— *Acoustics.* McGraw Hill Book Co., New York 1954, Pp. 481, $ 9.00.

Den förstnämnda boken är enligt författaren avsedd som uppslagsbok för studerande på högstadiet och för dem som arbeta med akustik. Efter en kort historik över den akustiska mätteknikens utveckling presenteras en 20 sidor lång terminologi, så fullständig att den med fördel kan användas som lexikon. Av de följande kapitlen förtjäna några att särskilt framhållas. Författaren ger en mycket ingående beskrivning av den s. k. reciprocitetsprincipen för kalibrering av mätmikrofoner. Reciprocitetsprincipen möjliggör en enkel och ytterst noggrann kalibrering och man behöver endast kunna mäta ett antal elektriska storheter jämte ett längd- eller volymmått och det barometriska trycket. Den före reciprocitetsmetodens införande använda Rayleigh-skivan fordrade ett mättekniskt uppbåd av helt andra dimensioner. I två kapitel ges en utförlig beskrivning av egenskaperna hos indikerande och integrerande instrument vid mätning av komplexa vågformer och statistiskt fördelat brus. Mätningar av väntade toppvärden, effektivvärden och likriktade medelvärden hos dessa vågformer ha ju en utomordentlig stor betydelse inom telekommunikationstekniken, och författaren har här gjort den fullständigaste sammanfattningen hittills av vetandet inom detta område. Boken är försedd med ett enastående kurv- och bildmaterial (över 500 ill.), och förf. ger likaledes rikhaltiga hänvisningar till egna och andras originalartiklar varur boken är kompilerad. I allt en utomordentligt rekommendabel bok, klar, överskådlig, fullständig, saklig, lätt att hitta i.

Medan »Acoustic Measurements» förutsätter en föregående ganska grundlig förtrogenhet med akustiken är »Acoustics» avsedd som en komplett kurs i elektroakustik. Ur denna synpunkt måste man tacksamt notera att författaren som regel utförligt arbetat igenom de teoretiska härledningarna och avslutat dem med praktiska exempel. För praktiska beräkningar finnas även en mångfald kurvskaror. Ur pedagogisk synpunkt kan man kritisera kapitlen om mekaniska och akustiska kretsar. En del definitioner, t. ex. av mekanisk resistans, äro förenklade till gränsen av det felaktiga, och de duala analogierna mellan mekaniska och elektriska kretsar äro oklart framställda, varjämte räkneexemplen i detta fall alltför mycket taga sikte på ett mekaniskt tillämpande av givna räkneregler. Överskådligast hade varit att få rörelseekvationen för ett vibrerande system med massa, friktion och fjädring och en jämförelse mellan denna och differentialekvationen för en elektrisk svängningskrets med induktans, resistans och kapa-

citans. Man hade då enkelt fått fram den duala representationen av ett elektriskt eller mekaniskt system, antingen som summa av impedanskomponenter med ström och hastighet som oberoende variabler eller också som en summa av admittanser med spänning och kraft som oberoende variabler och i beräkningsexemplen påpekat vilka fall som lämpa sig för den ena eller andra representationen. Den tillämpade delen bjuder på ett rikhaltigt och delvis nytt material åtföljt av upplysande bilder och diagram. Särskilt intressanta äro kapitlen om ljudfälts utseende i rum, om ljudgenomgång genom väggar samt bullerbekämpning, inom vilka områden författaren också har sin mest vittgående erfarenhet. *Ulf Åberg*

C. G. B. Garrett, *Magnetic Cooling.* Harvard Univ. Press, John Wiley & Sons, New York 1954. Pp. 110, $ 4.50.

Metoden att med adiabatisk avmagnetisering av ett paramagnetiskt salt framställa temperaturer lägre än 1° K har nu tillämpats i två decennier och har blivit en standardteknik i många laboratorier. — Föreliggande bok inledes med en kort beskrivning av den experimentella tekniken vid adiabatisk avmagnetisering. De följande två kapitlen behandlar dels avmagnetiseringens termodynamiska grund, dels problemet att mäta temperaturen. Bokens centrala del innehåller teori för paramagnetism vid låga temperaturer samt en ingående beskrivning av olika användbara paramagnetiska salter. Som avslutning ges en översikt över arbeten med andra ämnen under 1° K, med omnämnande av svårigheterna vid värmeöverföringen till det paramagnetiska saltet. Vidare antydes några nya utvecklingslinjer: försök att konstruera en anordning för periodiskt arbetande magnetisk kylning samt experiment med orientering av kärnspin i given riktning. — Väl stort utrymme har i förhållande till titeln ägnats åt paramagnetismen vid låga temperaturer, vilket har varit författarens specialitet. Den som använder sig av magnetisk kylning bör dock ha nytta av samlingen av data över salter jämte litteraturhänvisningar, då det gäller att välja ett lämpligt salt i förhållande till det temperaturområde man önskar arbeta inom. *Ulf Bergenlid*

Fritz London, *Superfluids,* Volume II, Macroscopic Theory of Superfluid Helium (Structure of Matter Series). John Wiley & Sons Inc. New York 1954, Pp. 217. $ 8.00.

Föreliggande del II av Superfluids utkom från trycket först efter författarens död (mars 1954). Verket är dock helt Fritz Londons (T. C. Chen och L. W. Nordheim svara för den sista korrekturläsningen). Ett minnesord i boken över F. L. är skrivet av Felix Bloch.

I denna volym behandlas teorien för helium II, medan del I, refererad i Elementa *35* (1952) s. 125, gäller metalliska supraledare.

Författaren ger i de första kapitlen en ingående fenomenologisk beskrivning av heliums egenskaper ner till de lägsta temperaturer, varvid även vätskans mikrostruktur diskuteras.

Vätskan helium II uppvisar oändlig ledningsförmåga för värme och saknar i vissa sammanhang helt inre friktion. Den har förmågan att med ett tunt skikt krypa uppför och över väggarna i ett kärl. »Ljudvågor av andra slaget» (second sound) är också en fysikalisk företeelse som påvisats endast hos He II. London betecknar helium II som materiens fjärde aggregationsform.

I den teoretiska behandlingen av He II utvecklar förf. i första hand sin egen teori på området, som bl. a. innebär att det vid omvandlingen He I→He II (under 2,19° K, den s. k. λ-punkten) inträder en energiurartning av det slag som man kan härleda teoretiskt för en »Bose-Einstein-gas» vid mycket låga temperaturer. Även härifrån något avvikande teorier av bl. a. Landau diskuteras.

Ett kapitel av boken är ägnat åt egenskaperna hos den sällsynta heliumisotopen He^3 liksom hos blandningar av He^3 och He^4. — I ett appendix ges utvecklingen av Bose-Einstein-integraler.

Författarnamnet, Fritz London, utgör en borgen för att det här gäller ett verk av mycket hög standard. *J. O. Linde*

J. M. A. Lenihan, *Atomic Energy and its Applications.* Isaac Pitman & Sons, Ltd, London 1954, Pp. 265, 22 s. 6 d.

Författaren skildrar på ett trevligt och lättfattligt sätt kärnvetenskapernas grundläggande fakta. I femton kapitel avhandlas sålunda atomens byggnad, vågor och atomer, radioaktivitet, atomkärnans byggnad, utrustning för mätning av radioaktiv strålning, acceleratorer, kärnreaktioner, klyvningsprocessen, atomreaktorer, atomvapen, framställningen av radioaktiva nuklider, strålningsskydd samt medicinska, naturvetenskapliga och tekniska tillämpningar av kärnvetenskapens rön. Slutligen har författaren ett kapitel om vad man har rätt att vänta sig av den framtida utvecklingen på området.

En realstudent följer i allmänhet lätt framställningen, även om vissa facktermer på engelska språket inte kan väntas bli översatta till svenska med hjälp av de vanliga skolordböckerna.

Även för den som ägnat några år åt naturvetenskapliga studier har boken stort intresse, då författaren lyckats med att samla trevligt material, som sällan kan återfinnas i enstaka läroböcker eller monografier.

Som fallet är med de flesta framställningar, avsedda att ge en översikt över ett flertal forskningsområden, kan en kritisk och på

något av områdena specialiserad läsare alltid finna felaktigheter och formuleringar, som kan synas vilseledande. Att t. ex. sätta energigränsen för möjligheten att accelerera deutroner i konventionella cyklotroner till 20 MeV (p. 79) är ca 50 % för lågt. 225 cm cyklotronen vid Nobelinstitutet för fysik i Stockholm har sålunda betydligt överskridit den av författaren angivna gränsen. Svårigheterna att utnyttja extremt höga D-spänningar (storleksordningen några hundra kV) blir i praktiken avgörande för gränsens läge. Sammanfattningsvis kan sägas att boken är välskriven och att den utan tvekan kan rekommenderas till den, som önskar skaffa sig en överblick över kärnforskningens viktigaste landvinningar. *Wilhelm Forsling*

K. E. B. Jay, *Atomic Energy Research at Harwell.* Butterworths Scientific Publications, London 1955, Pp. xii+144, 5s.

I föreliggande berättelse, som utgör fortsättning på 1952 års rapport (*Harwell: the British Atomic Energy Research Establishment, 1946—1951,* anm. i Elementa *36*, 200, 1953), behandlas valda delar av Harwellanläggningens verksamhet under tiden fram till den 1 augusti 1954, då i samband med omorganisation av statsdriften på atomenergiområdet den kortsiktiga atomindustriella forskningen avlastades Harwell (jfr *Britain's Atomic Factories,* anm. i Elementa *38*, 203, 1955); Harwells primära uppgift numera är grundforskning samt utvecklingsarbeten på lång sikt.

Bokens första del (»The Main Programmes») är skriven för bildade lekmän; dess andra del (»Fundamental Research») är mera avancerad men förutsätter inte specialistkunskaper. — Kanske bör nämnas, att boken kom ut före Genèvekonferensen (United Nations International Conference on the Peaceful Uses of Atomic Energy), som hölls den 8—20 augusti 1955. *Torsten Jönsson*

Laura Fermi, *Atoms in the Family, My Life with Enrico Fermi.* The University of Chicago Press, Chicago 1954, Pp. ix+267, $ 4.00.

Adekvat recension av denna bok av en ovanlig kvinna om en ovanlig man och en skickelsediger tid tarvar rikare uttrycksmöjligheter än anmälaren förfogar över. Dess like bland forskarbiografier finns veterligen icke. *Torsten Jönsson*

O. Blackwood / Th. Osgood / A. Ruark, *An Outline of Atomic Physics.* J. Wiley & Sons, New York, Chapman & Hall, London 1955, Pp. 501, $ 7.50.

Enligt förordet har denna bok skrivits för att bredda horisonten för intelligenta studenter, som ägnar sig åt »medicin, juridik eller kemi». Utan tvekan skulle boken kunna rekommenderas till en svensk

kemist med akademisk utbildning, med viss tvekan till en medicinare, under det att en jurist, efter vad jag erfarit, redan efter en timmes läsning definitivt återgår till lagboken. Boken innehåller inga härledningar av formler och är därför ingen lärobok i egentlig mening. Den skummar över det vidsträckta materialet alltför snabbt för att vara lämplig som en förbindelselänk mellan elementära och mera avancerade studier i ämnet. Emellertid kan man tänka sig att denna bok, som utan tvivel är mycket väl skriven, kan vara värdefull för en akademiker med exempelvis två betyg i fysik som varit ute i lärartjänst ett antal år och som nu vill aktualisera och modernisera sina kunskaper i atomfysik. En liten nackdel är att CGS-systemet använts genomgående i stället för MKS-systemet som ju nu allmänt accepterats. Denna nackdel vidlåder dock tråkigt nog nästan all litteratur i just atomfysik. Ett undantag härvidlag utgör Bjerges bok: »Elektron- och Atomfysik». *Kai Siegbahn*

E. H. Linfoot, *Recent Advances in Optics.* Clarendon Press, Oxford 1955, Pp. 286, 50s. net.

Författaren till denna bok är verksam inom den matematiska delen av optiken, nu i Cambridge, tidigare i Bristol, och är känd för sina djupgående analyser av bildoptiken, särskilt i Schmidtkorrektörer. Han har här samlat åtskilligt av detta, utvidgat det och breddat det med redogörelser för arbeten av andra forskare såsom Zernike, H. H. Hopkins och Burch. Särskilt tacknämligt är, att han sammanfattat de senare årens analyser av kohärensbegreppen.

För fackmannen på dessa områden har den utkomna boken stort intresse, men den kräver betydande förkunskaper. Som den egentligen inte går in på frågorna om huru nära de praktiska konstruktionerna kan bringas att följa beräkningarna, är det viktigt att läsaren själv kan bedöma också denna sida av utvecklingen. *Erik Ingelstam*

Georg Vogl, *Instrumentaloptik.* Forum, Stockholm 1954, 188 s., kr. 19: 50.

Utöver skolans knapphändiga kurs är det ont om böcker som behandlar optik. Detta stämmer illa med den stora användning som de optiska instrumenten har i modern forskning och teknik men också i dagligt liv. Många av dem som använder optik skulle spara mycket bryderi — kanske också pengar — genom att veta lite mera om de optiska instrumentens möjligheter och begränsningar. Nya framsteg, som resulterat i bland annat fas- och interferensmikroskopen eller spegelkonstruktionerna, stärker önskemålen om lättillgänglig och modern litteratur på området.

Ingenjör Vogl, som är en av de främsta svenska konstruktörerna av optik med stor erfarenhet även från utlandet, har genom sitt nu

utkomna arbete väsentligt förbättrat denna situation. Boken ger vad man kan önska av en praktisk konfrontation med de optiska instrumentens principer och konstruktion. Svårigheterna och begränsningarna döljs inte, och flera av partierna bygger på egna beräkningar eller erfarenheter, bland vilka må nämnas de om telemetrarna och glasögonoptikens teoretiska förutsättningar. De många figurerna är dels foton och dels ovanligt välritade skisser och diagram.

Boken kan varmt rekommenderas till fotografer, läkare och laboratoriefolk, tekniker och militärer och inte minst till fysiklärare och fysikstuderande. Gymnasisterna bör givetvis ha tillgång till den i skolbiblioteket. *Erik Ingelstam*

J. Hirschfelder / C. Curtiss / B. Bird, *Molecular Theory of Gases and Liquids.* J. Wiley & Sons, New York, Chapman & Hall, London 1955, Pp. 1219, $ 20.00.

Gasers och vätskors egenskaper kan härledas från de krafter, som verkar mellan molekylerna, vilka i sin tur, åtminstone i princip, är åtkomliga för ett kvantmekaniskt studium. På denna senare punkt befinner vi oss emellertid fortfarande i ett begynnande skede av en utveckling som av allt att döma kommer att accelereras under de närmaste åren. För närvarande kan man emellertid göra vissa rimliga ansatser för krafterna som innehåller lämpliga justerbara parametrar. Med hjälp av den statistiska mekaniken kan sedan en teori utvecklas som redogör för gasers och vätskors egenskaper såväl i jämvikt (t. ex. tillståndslagar, ytspänning etc.) som i icke-jämvikt (t. ex. diffusion och värmeledning). Den föreliggande volymen utgör en synnerligen omfattande översikt över de härvidlag uppnådda resultaten. Framställningen är såsom titeln anger i första hand teoretisk, men god kontakt med experimenten hålles likväl genom den mängd empiriskt material som i form av tabeller och kurvor samtidigt presenteras. Av speciellt intresse för en svensk läsare är att iakttaga den viktiga roll David Enskog spelade vid utvecklingen av den kinetiska gasteorin i början av tjugotalet. Vissa av Enskogs resultat har ju sedermera lett fram till viktiga praktiska tillämpningar inom isotopseparationstekniken. *Kai Siegbahn*

Donald E. Keyhoe, *Flygande tefat, observatörer från världsrymden.* Övers. av K. G. Rehn. Forum, Stockholm 1955, 272 s., kr. 15:75.

Författaren till denna samling tekniska spökhistorier är f. d. major i U. S. Marine Corps, och han uppger sig ha fått privilegiet (1952) att få samarbeta med flygvapnet i en undersökning av tefatsproblemet. Han refererar sålunda ett stort antal inrapporterade observationer

av fenomen, som *icke* låta sig restlöst förklaras som feltolkningar av reflexer, kulblixtar, meteorer eller meteorologiska ballonger.

Framställningen är romantiserad, alla samtal återges med detaljer om hur de talande tända och släcka cigarretter, lyfta på ögonbrynen och göra korta utrop. Men bakom detta ligger naturligtvis realiteter, som man ej får lov att vifta bort. Författaren förmodar, att det rör sig om besökande från andra planeter, som just i dessa tider ha intresse av att leka med amerikanska flygplan och förbrylla militära observatörer och radarstationer vid flygfält. Ännu har ej något flygande tefat infångats och undersökts. Det hela är gåtfullt och allvarligt. Boken är översatt till ledigt språk. Man kan ej lägga den ifrån sig förr än den är läst, även om man icke accepterar teorien om besökande från någon annan planet. *J. Tandberg*

Richard W. Bishop, *Från gnistan till lysröret.* Natur och Kultur 1955, 160 s., kr. 5: 95.

En läsebok i fysik, närmast elektricitet, med lätt romantiserade berättelser om bärnstens elektriska egenskaper (uppdagade redan i forntiden), om magnetens utforskande genom William Gilbert (omkr. år 1600), om Guericke med luftpumpen och den första elektricitetsmaskinen, om de klassiska experimenten med ledare och isolatorer, Leydnerflaskan och åskledaren — fram till »trollkarlen i Menlo Park», Edison.

Det är med nöje man konstaterar, att förf. helt korrekt berättar om, att Ohm använde termoelement, när han experimentellt fann vad vi kalla *Ohms lag.* Ett termoelement håller sig konstant och visar ingen variabel polarisation, något som dåtidens galvaniska element gjorde. Den lilla läseboken är en förträfflig premiebok åt fysikintresserade lärjungar på lågstadiet. *J. Tandberg*

Charles A. Powel, *Principles of Electric Utility Engineering.* The Technology Press of The Massachusetts Institute of Technology and J. Wiley & Sons, New York, Chapman & Hall, London 1955, Pp. 251, $ 6.00.

Denna lärobok, som föreligger i sin första upplaga, är en koncentrerad översiktskurs i elektrisk kraftteknik. Boken synes närmast vara avsedd för teletekniska studerande vid M. I. T. (Massachusetts Institute of Technology). Författaren har över 40 års erfarenhet på det elkrafttekniska området bl. a. från de stora elfirmorna Brown Boveri, Schweiz, och Westinghouse, USA.

Boken börjar med ett inledande kapitel om elverksorganisation, belastningsbegrepp, belastningskurvor och kraftproduktionskostnader. Sedan följer några kapitel om elektrisk kraftproduktion enligt olika

metoder, framför allt med ångkraft och vattenkraft. Därefter behandlas elektrisk kraftöverföring, ledningsberäkning, överföringselement, stationsapparater, kortslutningsberäkningar, skyddsutrustningar, överspänningar, isolationskoordination, luftledningar och driftstabilitet. Boken avslutas med ett kapitel om elektrisk kraftdistribution på landsbygd, i städer, höga affärshus och stora industrier, varvid särskilt reservmatningar, driftsäkerheten, felskydd och spänningsregleringen behandlas. Några egentliga räkneexempel förekomma ej.

Boken är lättläst, och även om den i viss utsträckning anknyter till speciellt amerikanska förhållanden, kan den med god behållning läsas av envar, som är intresserad av elkraftteknik. Papper, tryck och figurer äro av god kvalitet. *Egon Nilsson*

M. O. Withey / G. W. Washa, *Materials of Construction.* John Wiley & Sons, New York, Chapman & Hall, London 1954, Pp. 864, $ 9.00.

A. P. Mills / H. W. Hayward / L. F. Rader, *Materials of Construction.* John Wiley & Sons, New York, Chapman & Hall, London 1955, Pp. xii+650, $ 7.50.

Det är inga nykomlingar på den ingenjörsvetenskapliga bokmarknaden, som här presenteras. Det förstnämnda verket utkom i sin första upplaga för 55 år sedan. Av de båda för denna upplaga ansvariga författarna var Withey medarbetare redan i 1918 års upplaga. Det andra verket är i sin första upplaga 40 år gammalt. Av de tre herrarna på titelbladet avledo de två första redan före det sista världskrigets utbrott.

Den på detta sätt demonstrerade motviljan för att låta gamla erkända standardverk självdö, då deras ursprungliga upphovsmän ej längre kunna låta dem följa med i teknikens utveckling, kan synas vara ett vackert bevis på amerikansk konservatism. För verken själva är den dock sannolikt en svår belastning. Detta märker man kanske tydligast på den första boken, i vilken samlats en imponerande mängd fakta om byggnadsmaterial och om hur deras kvalitet utprovas och bedömes. Tyvärr uppehåller man sig därvid alltför mycket vid materialforskningens resultat vid tiden för första världskriget. Det fordras gedigna kunskaper för att kunna bedöma värdet av de upplysningar som lämnas. Mycket saknas också av resultaten från de sista årens materialforskning, speciellt i Europa.

Även den andra boken lider av samma brister som den första, dock i mindre grad.

Båda säga sig ha det dubbla syftet att tjänstgöra som textböcker för högskolestuderande och uppslagsböcker för praktiskt verkande ingenjörer. Ur svensk synpunkt äro de för det första ändamålet otjän-

liga. Däremot ha de sitt stora värde för ingenjörer och forskare med materialproblem, som önska erhålla amerikanska synpunkter på dessa. Rikliga men absolut övervägande amerikanska litteraturanvisningar bidraga avsevärt till detta värde.

De båda verken behandla i stort sett samma område, nämligen de tekniskt och framförallt byggnadstekniskt användbara materialens framställning, egenskaper och användning, men det förra har sin tyngdpunkt förlagd till betongteknologien (båda författarna äro framstående betongexperter), det senare till metallografien. Båda äro försedda med fylliga sakregister, och typografien är av den höga klass, som alltid bruka utmärka böcker från detta förlag.

Samtidigt som man med beklagande konstaterar de brister, som vidlåda de anmälda bokverken, måste man också vidgå, att en samlad materialteknisk handbok av det slag, som här åsyftats, skulle fylla en lucka icke bara i den svenska utan även i den europeiska ingenjörsvetenskapliga litteraturen. De partier i svenska och tyska ingenjörshandböcker, som behandla materialfrågor, äro tyvärr alltför summariska, och ingenjörer med besvärligare materialproblem hänvisas därför oftast till svåråtkomliga originalarbeten i tidskrifter och specialpublikationer. *B. Åke Bengtsson*

P. H. Hermans, *Introduction to Theoretical Organic Chemistry.* Elsevier Publishing Co., Amsterdam 1954, 507 s., kr. 30:75.

Författaren hör till den skara forskare, som för ett trettiotal år sedan arbetade vid Tekniska Högskolan i Delft under prof. J. Böesekens ledning. Hans doktorsavhandling *De ruimtelijke configuratie van enkele glykolen* är en skarpsinnig kritisk studie över det teoretiska underlaget till borsyrametoden, som användes för studiet av flervärdiga alkoholers konfiguration. — Se härom i referat av min gradualavhandling, Elementa *15* (1932), 55.

Hermans blev chef för en konstsilkefabrik, men är numera ledare för institutet för cellulosaforskning i Utrecht. Att författaren inte är alltför specialiserad synes mig vara en av orsakerna till att detta arbete ger en så objektiv och allsidig bild av den organiska kemiens teorier. Det nederländska originalet kom ut 1952 — författaren lär ha samlat materialet närmast för eget bruk.

Först behandlas molekylernas geometri: atomernas aktionssfärer och de nyaste modellerna (med vackra illustrationer). Därefter kommer en levande redogörelse för stereokemins problem och en samtidigt elementär och djupgående framställning av den kemiska bindningen. På ett sätt som väcker läsarens intresse förmedlar Hermans bekantskapen med moderna föreställningar och värdefulla undersökningar, bland dem flera, som inte behandlas i de vanliga syste-

matiska läroböckerna. Hit hör t. ex. Scheffers utredning från 1913 om aktiveringsenergiens betydelse vid substitution i bensolkärnan — ett arbete, som knappast blivit känt utanför Nederländerna men som ger förklaringen till de välkända regler som Holleman fann.

Ingolds uppfattning om reaktionsmekanismer skildras elegant med Polanyis betraktelser som bakgrund. Särdeles intressanta äro enligt min mening de nya rön över steriska hinder, som här belysas med modeller, så att man bl. a. ser de »små»väteatomernas oväntade inflytande. Bildning av joner hos organiska ämnen utredes i samband med en utförlig resumé över hela syra-bas-frågan. Hammetts aciditetsfunktion får här berättigad plats. En rad klassiska problem, såsom flerprotoniga syrors styrka, estrars bildning och hydrolys, fria radikaler, tautomeri osv. betraktas från moderna synpunkter. Slutkapitlet behandlar redoxreaktioner med biokemiska tillämpningar. I ett appendix genomgås kvantmekanikens grunder; f. ö. finnas inga matematiska härledningar.

I allmänhet torde innehållet vara fullt up to date — om dekalinernas byggnad har väl en annan uppfattning framförts, och uttrycket dissociation borde inte användas för de förlopp, där joner bildas genom reaktion med mediet.

Den innehållsrika, välskrivna boken rekommenderas varmt. Den bör särskilt vara välkommen för den, som kan organisk kemi och vill bli bekant med de teoretiska åsikter, som äro aktuella. *Bertil Englund*

H. T. Openshaw, *A Laboratory Manual of Qualitative Organic Analysis*, 3rd Ed. Cambridge University Press 1955. Pp. xii+92, 10s. 6d. net.

Att skriva en kortfattad handledning i kvalitativ organisk analys är givetvis ej lika enkelt som att göra upp ett analysschema i oorganisk kemi. Det tycks emellertid på undervisningslaboratorierna alltid finnas ett visst behov av mera kompendieartade framställningar jämsides med de utförligare handledningarna. Föreliggande arbete, vars första upplaga utkom 1946, är också ursprungligen ett kurskompendium, som under åtskilliga år använts av kemistuderande vid universitetet i Manchester.

Analysgången är i princip liknande den, som tidigare angivits av Mulliken och sålunda gammal och välprövad.

Vad man mest vill anmärka på är att författaren varit väl knapphändig i sitt urval av prov för identifiering av de olika ämnena. Sålunda upptages t. ex. Angeli-Riminis prov ej som prov på karboxylgrupper utan framställes som ett nära nog speciellt esterprov. Att det även ger utslag för karbonsyrehalogenider och anhydrider omnämnes mera i förbigående. Lucas' prov för åtskiljande av primära, sekundära och tertiära alkoholer saknas, likaså ninhydrinprovet på

α-aminosyror. Hur en nitrilgrupp skiljes från en amidgrupp kan man möjligen gissa sig till. Jodoformprovet på alkohol återfinnes bland ketonreagensen. Ketonproven äro med undantag för kinonproven uteslutande sådana, som taga sikte på den enskilda karbonylgruppen. Med undantag för enolreaktionen för acetylaceton saknas sålunda särskilda prov för diketoner, t. ex. kinoxalin- och heptazinreaktionerna. Borsyreprovet på 1,2-dioler hade även kunnat medtagas. Någon metod att påvisa sulfoner angives ej. Man får endast veta, att sulfoner äro mycket stabila substanser. Något förvirrad blir man, då det talas om nitrosoderivat av tertiära aminer, tills man upptäcker, att det gäller aromatiska aminer av typen dimetylanilin.

För identifiering av de framställda derivaten innehåller boken ett stort antal tabeller upptagande smältpunkter och kokpunkter. Vidare finnas en del litteraturanvisningar.

Använd under ledning av en erfaren lärare torde boken kunna vara till god nytta vid den elementärare undervisningen.

Sigvard Wideqvist

R. Mavrodineanu / H. Boiteux, *L'analyse spectrale quantitative par la flamme.* Masson et Cie, Paris 1954, 205 p., 4300 fr.

Detta är den första mera fullständiga monografin behandlande lågspektrofotometri sedan Lundegårdhs arbete någon gång i början på 1930-talet. De två författarna har delat upp arbetet så, att Mavrodineanu ger en beskrivning av de hjälpmedel, som användes i lågspektrofotometri, medan Boiteux behandlar lågspektrets natur. Mavrodineanu ägnar den spektrografiska utrustningen endast ett mycket kort kapitel och riktar huvudintresset mot hjälpmedel för excitering i låga. Olika brännartyper, olika slag av förstoftare osv. ges ingående beskrivningar. Likaså ägnas mycket utrymme åt bränslets egenskaper och åt lämpliga åtgärder att erhålla konstanta och reproducerbara betingelser vid exciteringen, allt nyttiga upplysningar för den som sysslar praktiskt med lågspektrofotometri.

Boiteux ger en elementär men ändå relativt fyllig översikt över olika spektras uppkomst. Till en början behandlas ljusets egenskaper och teorierna för atomers och molekylers uppbyggnad och i samband därmed de olika typer av emissionsspektra, som uppstår vid övergången från ett energitillstånd till ett annat. Därefter ges en detaljerad redogörelse för spektra hos de element, som kan exciteras i acetylen-luft- och acetylen-syrgas-låga.

De två författarna har gått till verket med mycken noggrannhet och mycken kunskap, vilket gjort denna monografi till ett värdefullt hjälpmedel både som handledning vid den första kontakten med lågspektrofotometri och senare som uppslagsbok. *Axel Johansson*

G. W. Vinal, *Storage Batteries*, 4th Ed. John Wiley & Sons, New York, Chapman & Hall, London, 1954. Pp. 446, $ 10.00.

Vinals bok om ackumulatorer hör numera till de klassiska. När första upplagan utkom år 1924 var den praktiskt taget ensam inom detta område. Den blev så populär att den inom fackkretsar bara kallas »Vinal».

Den nu föreliggande fjärde upplagan har fått en grundlig omarbetning och anpassats efter teknikens nuvarande ståndpunkt. Trots denna omarbetning med många tillägg har bokens sidantal kunnat minskas genom lämpliga strykningar. Boken behandlar givetvis mest blyackumulatorer som är författarens eget arbetsområde men även alkaliska ackumulatorer och det nyaste utförandet med sintrade plattor omnämns. Även silveroxidbatterier har medtagits. De tio kapitlen behandlar i tur och ordning den historiska utvecklingen, de fysikaliska och kemiska egenskaperna hos materialen, allmänt om tillverkningsmetoder, batterielektrolyter och föroreningars inverkan samt s. k. patentelektrolyter, reaktionsmekanismen, kapacitet, laddnings- och urladdningsförhållanden, inre motståndet, verkningsgrad, provningsmetoder och användningsområden. Den nyare tidskriftslitteraturen både i USA och annorstädes har citerats.

Den klara, praktiskt inriktade framställningsstilen i boken och det utmärkta bildmaterialet gör den lättläst även för en icke fackman. Och för fackmannen är boken alltjämt samma oumbärliga »Vinal» som tidigare. *Uno Trägårdh*

Helge Bohlin, *Räkneuppgifter i elektroteknik*, med anvisningar, formler och facit. Svenska Bokförl., Stockholm 1955, 3. uppl., 66 s., kr. 3:75.

Boken är närmast avsedd att användas som exempelsamling vid yrkeskurser för elektriker. Sedan föregående upplaga har en genomgripande omarbetning och utvidgning företagits. Utvidgningen gäller främst transformatorer och växelströmsmotorer. Storhets- och enhetsbeteckningarna har, särskilt när det gäller växelströmmen, ändrats till överensstämmelse med SEN 2—1953. I kap. 1 förekommer dock en del avvikelser härifrån. I fig. 4 är en milliamperemeter betecknad MA, i fig. 5 är resistansen betecknad X Ω, i fig. 6 är den angivna strömriktningen felaktig. Beträffande facit äro svaren till uppgifterna 151 och 256 felaktiga och till uppgift 237 c saknas svar. Ett nytt avsnitt har tillkommit, som behandlar elektrisk belysning. De givna uppgifterna behandla dock enbart glödlampor.

Anmälaren, som haft tillfälle att använda boken vid undervisning i elektrisk installatörkurs, har haft god nytta av den, speciellt när det gäller uppgifterna i växelströmsläran. På detta område fyller boken ett stort behov. *Roger Agrelius*

Problemavdelning[1]

Matematiska uppgifter

2015) *För vilka konstanter a, b, c och d är identiskt* $x^4-ax^3+bx^2-cx+d=(x-a)(x-b)(x-c)(x-d)$? *N. J.*

2016) *På sidorna i en vid A rätvinklig triangel uppritas utåt liksidiga trianglar* ABC_1, BCA_1 *och* CAB_1. *Visa, att om triangeln* $A_1B_1C_1$ *är rätvinklig vid* C_1, *så är* $tg^2C+tg^2A_1=1$. *I. Gunsjö*

2017) *I ekvationen* $A_1\cot(x-\alpha_1)+A_2\cot(x-\alpha_2)+\ldots+A_n\cot(x-\alpha_n)=0$ *äro* $A_1, A_2, \ldots A_n$ *alla positiva; storheterna* $\alpha_1, \alpha_2 \ldots \alpha_n$ *äro olika och ligga mellan 0 (inklusive) och* π *(exklusive). Visa, att ekvationen har n distinkta rötter* $x_1, x_2 \ldots x_n$ *belägna i nämnda intervall. Beräkna* $x_1+x_2+\ldots+x_n$ *på en multipel av* π *när.* *X.*

Enklare matematiska uppgifter[2]

2018) Ett tal, vars alla siffror utom den första äro lika, fördubblas, varvid ett tal erhålles, vars siffror utom den sista äro lika. Vilket är det förstnämnda talet?

Svar: 166...6, 277...7, 388...8 och 499...9.

2019) Lös ekvationen $\operatorname{tg} x+\operatorname{tg}^2 x+\operatorname{tg}^3 x+\ldots=\operatorname{tg} 2x-\operatorname{tg}^2 2x+\operatorname{tg}^3 2x-\ldots$

Svar: $n\cdot 180°$; $15°+n\cdot 180°$.

2020) I en triangel är $r_a=4r=a$. Beräkna vinklarna.

Svar: $A=73{,}74°$, $B=C=53{,}13°$.

2021) I en triangel ABC är $A=60°$, $a=5$ cm och $T=\sqrt{3}$ cm². Beräkna sidorna b och c.

Svar: $\frac{1}{2}(\sqrt{37}\pm\sqrt{21})$ cm.

2022) I en regelbunden tetraeder med kanten a bortskäres med ett plan parallellt med en sidoyta en topptetraeder, vars begränsningsyta är lika stor som den kvarvarande stympade tetraederns totala begränsningsyta. Sök det nämnda planets avstånd till tetraederns spets.

Svar: $\frac{2}{3}a$.

[1] Denna avdelning redigeras av adjunkt S. BÅGMAN, till vilken uppgifter och lösningar kunna insändas under adress: Banérgat. 33, Stockholm Ö.

[2] Uppg. 2018 är insänd av *N. J.*, 2019—2024, 2026—2027 av *G. Wranglén*, 2025 av *Axby*.

2023) Ett plan lägges genom ett hörn av en oregelbunden tetraeder, så att två kanter delas i förhållandet 1 : 2. Angiv i vilket förhållande tetraederns volym delas av planet.

Svar: 1 : 8 eller 2 : 7 eller 4 : 5.

2024) En regelbunden oktaeder och en kub ha samma kantlängd och gemensam medelpunkt. Kuben avskär lika stor volym av oktaedern vid varje hörn. Beräkna förhållandet mellan de delar av kuben och de delar av oktaedern, som ligga utanför kropparnas gemensamma del.

Svar: $\frac{1}{3}(25+16\sqrt{2})=15{,}88$.

2025) I en rätvinklig triangel bildar medianen mot den ena kateten vinkeln α med hypotenusan och den sökta vinkeln x med den andra kateten. Man får då två värden på x, om $\sin\alpha<\frac{1}{3}$. Visa — med eller utan räkning — att $x_1+x_2+\alpha=90°$. Se uppg. 1982 i marsh. 1955.

2026) Angiv återstående sida i de trianglar, i vilka två sidor äro 4 cm och $3\sqrt{3}$ cm samt en vinkel 30°.

Svar: I första kongruensfallet blir tredje sidan $\sqrt{7}$ cm, i det fjärde $(2\sqrt{3}+\sqrt{23})$ cm, om den större sidan står mot 30°, och $\frac{1}{2}(9\pm\sqrt{37})$ cm, om den mindre står mot 30°.

2027) Beräkna för $x=0$ tredje derivatan av y med avseende på x för funktionssambandet $x^2-2xy+3x+y-2=0$.

Svar: 12.

Lösningar till uppg. 1985—1987

1985) *Sök och konstruera orten för de punkter som äro så belägna, att de jämte maximi- och minimipunkterna till kurvan $y=x^3-3ax$ bilda liksidiga trianglar, när a antar olika positiva värden.*

I. Gunsjö

Elimineras storheten a i systemet $y=x^3-3ax$ och $y'=0$ erhålles K med ekv. $y=-2x^3$, som är orten för de till $a>0$ hörande givna kurvornas extrempunkter, vilka utfylla K på origo när. Sammanhörande max. och min.punkter äro diametralt motsatta. Uppgiften är därmed återförd på att vrida K 90° kring centrum (origo) och förlänga varje radius vektor till $\sqrt{3}$ gånger den ursprungliga längden med bibehållen riktning. Transformationen åstadkommes av substitutionen $x=Y:\sqrt{3}$, $y=-X:\sqrt{3}$ i K och den sökta orten är $2Y^3=3X$. Alla dess punkter utom origo äro triangelhörn. *X.*

Även löst av *V. Gamst* och *B. Nordman.*

1986) *I parallellogrammen ABCD är AB=b, AC=c, AD=d. En cirkel genom A och C avskär på linjerna AB och AD segmenten $AB_1=x$ och $AD_1=y$, vilka räknas positiva åt B resp. D till från A räknat. Visa, att $c^2=bx+dy$.* X.

I. Drag från D till E på AC linjen DE så, att vinkeln AED är lika med vinkeln AD_1C samt från B till F på AC linjen BF så, att vinklarna AFB och AB_1C bli lika. Då $B_1+D_1=180°$, inses att DE och BF äro parallella dvs. $AE=FC$. Av de likformiga trianglarna ADE och ACD_1 erhålles $AE \cdot AC=dy$ och ur trianglarna AFB och AB_1C att $AF \cdot AC=bx$, varav genom addition $c^2=bx+dy$. X.

II. Tagas AB och AD till positiva axlar i ett uv-system, blir cirkelns ekvation $u^2+2uv \cos \angle BAD+v^2-xu-yv=0$, som skall satisfieras av $u=b$ och $v=d$. Härav sambandet. X.

Även löst av *J. Grasbakken*, *V. Gamst* och *B. Nordman*.

1987) *Det finnes i allmänhet åtta cirklar, som tangera en given cirkel och två givna icke parallella räta linjer. Sök tyngdpunkten för de sexton kontaktpunkterna på linjerna. Sök även tyngdpunkten för de åtta centra, när linjerna äro vinkelräta.* V. *Thébault*

Linjerna väljas till axlar i ett koordinatsystem. Axelvinkeln är w och den givna cirkeln har radien r och centrum $(a; b)$, då enheterna äro lika på båda axlarna. Fyra av de åtta cirklarna ha sina centra i $(x_1; x_1), \ldots, (x_4; x_4)$ och de övriga i $(x_5; -x_5), \ldots, (x_8; -x_8)$. Värdena $x_1, \ldots, x_4$ äro rötterna till ekvationen

$$|\sqrt{(x-a)^2+2(x-a)(x-b)\cos w+(x-b)^2} \pm r| = |x \sin w|$$

eller efter kvadreringar $x^4-4(a+b)x^3:(1+\cos w)+\ldots=0$. Då kontaktpunkterna på x-axeln ha $x_i'=(1+\cos w)x_i$, $i=1, \ldots, 4$, blir deras tyngdpunkt $(a+b; 0)$, och de fyra på y-axeln ha tyngdpunkten $(0; a+b)$. P. s. s. äro $x_5, \ldots, x_8$ rötterna till ekvationen

$$|\sqrt{(x-a)^2+2(x-a)(-x-b)\cos w+(-x-b)^2} \pm r| = |x \sin w|$$

dvs. $x^4-4(a-b)x^3:(1-\cos w)+\ldots=0$. Kontaktpunkterna på x-axeln ha $x_i'=(1-\cos w)x_i$, $i=5, \ldots, 8$ med tyngdpunkten $(a-b; 0)$, medan de fyra på y-axeln ha tyngdpunkten $(0; b-a)$. Alltså är den sökta punkten $(\frac{1}{2}a; \frac{1}{2}b)$, dvs. den ligger mitt emellan den givna cirkelns centrum C och origo. För $w=90°$ är centrum till en av de tangerande cirklarna likställt med tyngdpunkten till kontaktpunkterna på de givna linjerna i skalan 2 : 1 med avseende på origo. Därför sammanfaller den sökta punkten då med C.

En rent geometrisk lösning är även möjlig. X.

Studentexamen och fyllnadsprövning efter studentexamen

November 1955

Matematiska uppgifter för latinlinjen [1]

1. Lös ekvationssystemet $x^2-y^2=2x+2y$; $y^2+xy=3x$.
2. I en fyrsiding är en vinkel rät. Sidorna, tagna i ordning från den räta vinkelns spets, är 7 cm, 15 cm, 20 cm och 24 cm. Beräkna fyrsidingens obekanta vinklar.
3. Ett företag har under år 1955 förbundit sig att till en uppfinnare utbetala 2000 kr årligen under 30 år, första gången i slutet av år 1956. I bokslutet den 31 december 1955 skall värdet av detta åtagande upptas, beräknat efter 4 % årlig ränta på ränta. Hur stort är detta belopp?
4. I en likbent triangel delas höjden mot basen av den inskrivna cirkelns medelpunkt i förhållandet 5 : 3 från spetsen räknat. Hur många procent av triangelns yta utgör cirkeln?
5. Summan av termerna i en konvergent oändlig geometrisk serie är 0,9. Stryker man i denna serie varannan term fr. o. m. den tredje, blir summan av de återstående termerna 0,75. Ange den ursprungliga seriens tre första termer.
6. I triangeln ABC är vinkeln A 40°, sidan AB 20 cm och sidan AC 25 cm. På sidan AB väljes punkten D så, att avståndet CD blir 16,2 cm. Beräkna vinkeln ADC.
7. I en liksidig triangel är sidan 6 längdenheter. Två punkter tänkes samtidigt börja röra sig från var sitt hörn i triangeln med en hastighet av 1 längdenhet per tidsenhet i samma led runt triangeln. Undersök, hur kvadraten på punkternas avstånd varierar som funktion av tiden efter starten, och åskådliggör denna funktion grafiskt. Sök även det minsta avståndet mellan punkterna och ange, när punkterna befinner sig på detta avstånd från varandra.
8. I en triangel är en vinkel 120°. Utdrages den motstående sidans median, tills den råkar den omskrivna cirkeln, blir förlängningen dubbelt så lång som medianen. Beräkna triangelns minsta vinkel.

Resultat: **1.** $x_1=y_1=0$; $x_2=4$, $y_2=2$; $x_3=0{,}5$, $y_3=-1{,}5$. **2.** 53,13°; 90°; 126,87°. **3.** 34 580 kr. **4.** 58,9 % (förh. är $\frac{3}{16}\pi$). **5.** $\frac{9}{20}$, $\frac{9}{40}$, $\frac{9}{80}$, eller $\frac{6}{5}$, $-\frac{2}{5}$, $\frac{2}{15}$. **6.** 97,3°. **7.** Om avst. är y och tiden t, erhålles $y^2=3(t-3)^2+9$; $y_{\min}=3$ för $t=3$. **8.** 15,52°.

[1] För nyspråkligt lyceum gavs nr 2—8 av dessa jämte en stereometrisk uppg.

Matematiska uppgifter för reallinjen

Allmän kurs

1. Summan av termerna i en konvergent oändlig geometrisk serie är 0,9. Stryker man i denna serie varannan term fr. o. m. den tredje, blir summan av de återstående termerna 0,75. Ange den ursprungliga seriens tre första termer.
2. I ett regelbundet tresidigt prisma är summan av alla kantlinjerna 9 cm. Bestäm förhållandet mellan en baskant och en sidokant, så att prismats totala yta blir så stor som möjligt. Förhållandet skall anges både i förenklad exakt form och approximativt.
3. Hörnen i ett parallelltrapets har koordinaterna $(-2; 0)$, $(-1; 3)$, $(2; 3)$ och $(7; 0)$. Bestäm ekvationen för en rät linje, som går genom punkten $(3; -2)$ och halverar trapetsets yta.
4. I triangeln ABC bildar medianen från hörnet A vinklarna 40° och 90° med sidorna AB respektive AC. Beräkna vinklarna B och C.
5. I fyrhörningen $ABCD$ är sidorna AB 6 cm, BC 2 cm, CD 3 cm och DA 5 cm. Vinklarna A och C är komplementvinklar. Beräkna vinklarna B och D.
6. En stång, som är 2 m lång, stöder med sin nedre ändpunkt mot den horisontella marken och bildar med denna en vinkel av 60°. Projektionen på marken av stångens övre ändpunkt ligger rakt norr om stångens nedre ändpunkt. Beräkna längden av stångens skugga på marken, om solen står i sydväst 20° över horisonten.
7. Vinkeln, räknad i positiv led, mellan positiva x-axeln och en tangent till kurvan $6y=2(4-a)x^3+3(a-1)x^2-6(a-2)x$ betecknas med v. Bestäm konstanten a så, att v kan anta följande värden men inga andra: $0° \leqq v \leqq 45°$; $90° < v < 180°$.
8. I en rät cirkulär kon är höjden 1 cm och basradien a cm. En med basytan parallell sektion i konen utgör den plana begränsningsytan av ett klotsegment, vars buktiga yta tangerar konens basyta. Segmentets höjd betecknas med x cm och dess volym med y cm^3. Bestäm y som funktion av x. Undersök därefter för olika värden på konstanten a, hur volymen y varierar, när x genomlöper de värden, som x kan anta. Ange speciellt förekomsten av maximi- och minimivärden för olika värden på a. Åskådliggör slutligen, hur volymen varierar, genom att i samma koordinatsystem och i stora drag upprita kurvor av de olika typer, som kan förekomma.

Resultat: **1.** Se latinlinjen nr 5. **2.** $(6+\sqrt{3}) : 11 = 0{,}7029$. **3.** $7x+3y-15=0$. — Varje linje, som skär de parallella sidorna i ett parallelltrapets och halverar dess yta, går genom mittpunkten på den linje (»medianen»)

som förenar de parallella sidornas mittpunkter, alltså genom (1,5; 1,5). 4. $B=19{,}21°$; $C=30{,}79°$. — Drag en med AC parallell transversal genom BC:s mittp. M. Om $AM=1$, blir $AC=2\operatorname{tg}40°$ osv. 5. $B=132{,}36°$; $C=137{,}64°$. 6. Om skuggan är s m, får man $s^2=1+\sqrt{6}\cot 20°+3\cot^2 20$ och $s\approx 5{,}5$ m. 7. $a=5$. 8. $6y:\pi=f(x)=(3a^2+1)x^3-6a^2x^2+3a^2x$ för $0<x\leqq 1$. Då diskriminanten till ekv. $f'(x)=0$ är $36a^2(a^2-1)$, växer $f(x)$ monotont för $a<1$; för $a=1$ erhålles en terasspkt och för $a>1$ en max.- och en min.pkt. Rötterna till $f'(x)=0$ ligger inom området $0<x\leqq 1$.

Matematiska uppgifter för reallinjen

Specialkurs

1. I en ellips, vars storaxel AA' är parallell med x-axeln i ett rätvinkligt koordinatsystem, har ändpunkten P av en parameter sammanbundits med punkterna A och A'. Visa, att den ena av linjerna PA och PA' har en riktningskoefficient (vinkelkoefficient), som är 2 enheter större än den andras.
2. Den ena parametern i en hyperbel är även parameter i en parabel, vars vertex ligger i hyperbelns medelpunkt. Bestäm hyperbelns excentricitet.
3. Bestäm ekvationerna för de med koordinataxlarna parallella tangenterna till kurvan $x^3+y^3-3xy=3$. Kurvan behöver ej uppritas.
4. En cirkel har sin medelpunkt i origo i ett rätvinkligt koordinatsystem. Från en given punkt A $(a;\ 0)$ drages en rät linje, som tangerar cirkeln i punkten P. Sök och konstruera geometriska orten för mittpunkten M på sträckan AP, när cirkelns radie varierar.
5. I triangeln ABC, där vinkeln A är rät, drages medianerna BM och CN. De skär varandra i punkten P. Undersök, hur vinkeln MPC varierar, när vinkeln ABC växer från 0° till 90°, och ange särskilt det största värde, som den förstnämnda vinkeln kan anta.
6. Undersök kurvan $y=ax+b/x$, där a och b är konstanter och $b\neq 0$, med avseende på asymptoter, maximi- och minimipunkter. Utred därvid, hur kurvans utseende beror av a:s och b:s tecken. Upprita därefter i olika koordinatsystem och i stora drag de olika typer av kurvor, som kan förekomma. Visa slutligen, att en godtycklig tangent till kurvan tillsammans med asymptoterna bildar en triangel, vars yta är konstant, och ange denna konstants värde.
7. Undersök kurvan $y=\sin x/x$ med avseende på asymptoter, symmetriförhållanden samt maximi- och minimipunkter och upprita kurvan i stora drag. Därvid skall speciellt anges, för vilka x-värden inom intervallet $0<x<2\pi$ maximi- och minimipunkter erhålles. Vidare skall kurvans utseende för x-värden i närheten av 0 utredas.

Resultat: **2.** $1+\sqrt{2}$. **3.** $y=1$ och $y=\sqrt[3]{9}$ resp. $x=1$ och $x=\sqrt[3]{9}$ (linjen $y=x$ är symmetriaxel). **4.** Cirkeln med diametern AB, där $B\,(\frac{1}{2}a;\ 0)$. **5.** Från 0° till max. 36,87° (då triangeln är likbent), sedan tillbaka till 0°. — Om A (0; 0), B ($2x$; 0) och C (2; 0), så erhålles $\operatorname{tg} v=1{,}5x:(x^2+1)$ osv. **6.** Om a och b har samma tecken, dvs. $ab>0$, har kurvan max. och min. i $(\pm\sqrt{b/a};\ \pm 2a\sqrt{b/a})$, där de övre tecknen ger min., de undre max. för $a>0$; tvärtom för $a<0$. Är $ab<0$, saknas max. och min. Asymptoter är $x=0$ och $y=ax$. Ytan är $2|b|$. **7.** Kurvan skär vinkelrätt symmetriaxeln $x=0$ i max.punkten (0; 1). Den skär vidare asymptoten $y=0$ i den oändliga punktsviten $x=\pm\pi,\ \pm 2\pi,\ \ldots$ Medan x växer från $2k\pi$ till $(2k+1)\pi$, $k=1, 2, \ldots$, passerar y ett max.; då x växer från $(2k-1)\pi$ till $2k\pi$, $k=1, 2, \ldots$, passerar y ett min. Ekv. $y'=0$ ger $\operatorname{tg} x=x$, som löses grafiskt. Minsta värdet i serien är (bortsett från $x=0$) $x=4{,}493$ radianer (257,45°).

Uppgifter i fysik

1. En slipskiva med 15 cm diameter roterar med en konstant hastighet av 3000 varv/min. Ett verktyg slipas genom att det med en konstant kraft pressas mot skivans periferi. Den mot periferin vinkelräta komposanten av denna kraft är 1,0 kp. Beräkna i hästkrafter den effekt, som åtgår vid slipningen, om friktionskoefficienten mellan skivan och verktyget antages vara 0,5.
2. En jämntjock lastbom av homogent material väger 500 kg. En last på 350 kg hänger ned från övre ändan. Nedre ändan är rörlig kring en horisontell och mot bommen vinkelrät axel. Ett horisontellt stag i den övre ändan håller bommen i 45° vinkel med lodlinjen. Angiv till storlek och riktning den kraft, varmed bommen påverkar axeln. Figur kräves. I denna skall den sökta kraften och därjämte alla på bommen verkande krafter utritas. Bommen får vid räkningarna betraktas som smal.
3. Ett luftvärnsbatteri är inställt för att skjuta spärreld mot ett föremål, så att detta träffas på ett vågrätt avstånd av 4000 m från batteriet och på en höjd av 6000 m. Projektilen befinner sig vid träffen i projektilbanans uppåtgående del. — Ett fientligt flygplan rör sig på en konstant höjd av 6000 m med en hastighet av 720 km/tim rakt mot batteriet på så sätt, att det sannolikt kommer att passera spärreldsläget. Var befinner sig flygplanet, då batteriet öppnar eld? Batteriets pjäser skjuter med en utgångshastighet av 1000 m/sek. Från luftmotståndet bortses. Tyngdkraftens acceleration kan antagas vara 10 m/sek^2.
4. Sambandet mellan massa och energi uttryckes genom formeln $E=m\cdot c^2$, där c är ljusets hastighet i cm/sek, m massan i gram och

E energin i erg. Sambandet innebär, att om massa försvinner, frigöres energi, men det innebär också, att om energi, t. ex. värme, tillföres en kropp, ökar dennas massa. Beräkna den lilla ökning i massa, som äger rum, då 1 kg is av 0° överföres till vattenånga av 100°. 1 joule=10^7 erg. För c får värdet $3 \cdot 10^{10}$ användas.

5. Ett med ett svart märke försett vitt papper, som ligger på en plan, horisontell bordsskiva, betraktas genom ett ganska svagt förstorande mikroskop med lodrät optisk axel och konstant avstånd mellan objektiv och okular. Mikroskopet är utrustat med en anordning, som möjliggör avläsning av tubens förskjutning i vertikal led. Man ställer nu in mikroskopet så att märket skarpt avtecknas i synfältet och tubens ställning på höjdskalan avläses. Därvid erhålles värdet 24,65 mm. Härefter täckes papperet med en planparallell glasskiva och man ställer in mikroskopet, så att bilden av märket ånyo synes skarp. Tubens höjdställning blir nu 26,50 mm. Slutligen strör man på glasskivan en liten mängd av ett mycket fint pulver och mikroskopet inställes, så att bilden av några korn framträder tydligt i synfältet. I detta fall blir tubens höjdställning 30,12 mm. Beräkna glasets brytningsexponent. Figur med enkel men tydlig strålgång (dock ej i mikroskopet) erfordras.
6. Lampan i en projektionsapparat är stämplad 600 Dlm. Genom reflektor och kondensorlinser samlas 25 % av detta ljusflöde till ett strålknippe, som passerar den av en ram omgivna öppning, vilken, då apparaten är i användning, täckes av diapositivet. Öppningen har dimensionerna 4,0×4,0 cm² och avbildas genom objektivet på den 5,0 m från detta belägna skärmen. Beräkna medelvärdet av belysningsstyrkan på skärmen, då öppningen är fri. Objektivet får betraktas som en tunn lins. 1 Dlm (dekalumen)=10 lumen. Objektivet, som har brännvidden 10,0 cm, genomsläpper 90 % av det genom öppningen passerande ljuset.
7. En spiral av nysilvertråd har inkopplats som motstånd med obekant resistans i en Wheatstones brygganordning. Som jämförelsemotstånd har man ett motstånd med resistansen 0,50 ohm och en med detta parallellkopplad reostat. Spiralen befinner sig i ett oljebad av temperaturen 0° C. När 10 ohm är inkopplade i reostaten, inställes glidkontakten, så att galvanometern blir strömlös. Ökas badets temperatur, måste man ändra reostatens resistans, för att galvanometern skall bli strömlös vid oförändrat läge på glidkontakten. Då badets temperatur är 121° C, har ytterligare 90 ohm inkopplats i reostaten. Beräkna härav temperaturkoefficienten α för denna tråds resistans, definierad genom ekvationen $R_t = R_0(1+\alpha t)$, där R_t är resistansen hos tråden vid t° C och R_0 vid 0° C.
8. Från ett litet elektricitetsverk för likström är tre ledningar dragna

till en abonnent. En av ledningarna är vid elektricitetsverket jordad, under det att de bägge andra, som är grövre, därstädes hålles vid potentialerna +220 V, resp. −220 V. De grövre ledningarnas resistans är 3,0 ohm vardera och den tunnares 12,0 ohm. När nu abonnenten kopplar in en motor mellan plus- och nolledningen, blir spänningen över motorn så dålig, att motorn ej arbetar ordentligt. Detta kan avhjälpas genom att man mellan noll- och minusledningen inkopplar ett antal glödlampor, vilkas resistans vid de spänningar, som här kommer ifråga, uppskattas till 800 ohm vardera. Hur många lampor skall minst kopplas in, för att spänningen över motorn skall uppgå till eller överstiga 210 V, när motorn förbrukar högst 1 hk?

Resultat: **1.** 0,16 hk. **2.** Kraften, 1040 kp, bildar 35,2° med lodlinjen. **3.** Minst 5,5 km från lodlinjen genom batteriet. **4.** $3{,}3 \cdot 10^{-8}$ g. **5.** 1,51. **6.** 350 lux. **7.** 0,00037. **8.** Minst 14 lampor. — För att spänningen över motorn, som kräver 3,5 A, ej skall understiga 210 V, får »nollans» potential hos abonnenten ej överstiga $(220-3\cdot 3{,}5-210)\,\mathrm{V} = -0{,}5$ V, dvs. strömmen i nollan måste vara minst $\frac{1}{24}$ A, osv.

Realexamen h. t. 1955

Provräkning

1. Lös ekvationen $\dfrac{4(x+2{,}5)^2}{x^2-9} - \dfrac{1{,}2x-2{,}5}{0{,}3x+0{,}9} = \dfrac{25}{3(x-3)}$
2. I en rektangel $ABCD$ är sidan AB 18 cm och sidan BC 12 cm. Punkterna E, F, G och H ligger på sidorna AB, BC, CD respektive DA. Vidare är $AE=AH=6$ cm och sammanbindningslinjerna EF och GH parallella med diagonalen AC. Beräkna ytan av fyrhörningen $EFGH$.
3. Hur stor blir skillnaden i årlig ränteinkomst, om man placerar 8400 kr i en bank, som ger 3,5 % ränta, eller för pengarna köper 4 % obligationer till 105 % kurs?
4. I en cirkel är AB en korda, som är lika lång som en sida i den i cirkeln inskrivna regelbundna 10-hörningen. I punkten A drages en tangent till cirkeln, och på denna tangent avsättes på ömse sidor om A sträckorna AC och AD, vardera lika med AB. Punkterna C och D sammanbindes med B. Hur stora är vinklarna i triangeln BCD?
5. Två bröder startade en dag samtidigt hemifrån för att bege sig till skolan. Den ene cyklade hela vägen och körde därvid i medel-

tal 100 m på 24 sek. Den andre gick först $^1/_3$ av vägen till fots med en hastighet av 100 m/min. Sedan fick han åka resten av vägen med en bilist, som körde 50 km/tim. Han kom till skolan $^1/_2$ min senare än brodern. Hur lång var pojkarnas väg från hemmet till skolan?

6. På en rät cylinder med höjden 16,5 cm ställes en rät kon, vars basyta helt sammanfaller med cylinderns övre basyta. Konens höjd är 4,5 cm, och avståndet från konens topp till en punkt på omkretsen av cylinderns nedre basyta är 9 cm längre än radien i nämnda basyta. Beräkna ytan och volymen av den sammansatta kroppen. $\pi \approx 3{,}14$.
7. En person kan köpa en bil kontant och får då 5 % rabatt. Han kan också betala hälften av priset för bilen kontant utan rabatt och acceptera en 4 månaders växel på andra hälften. Hur många procent mera får försäljaren för bilen i senare fallet, om växeln omedelbart diskonteras efter 6 %?
8. Diametern AB i en cirkel förlänges med sträckan BC, så att AC blir 12 cm. Till cirkeln drages två tangenter, den ena genom punkten A och den andra från punkten C. Tangenterna skär varandra i D. Ytan av triangeln ACD, som då bildas, är 30 cm². Hur lång är sträckan BC?

Resultat: 1. $x = \frac{2}{3}\frac{5}{2}$. 2. 105 cm². 3. 26 kr. 4. 9°; 81°; 90°. 5. 3,75 km. 6. 46,2 dm²; 22,6 dm³. 7. $4\frac{4}{19}$ %. 8. $5\frac{1}{3}$ cm.

Praktisk realexamen h. t. 1955

Uppgifter i fysik för maskinteknisk linje

1. I ett u-rör är den ena skänkeln invändigt 36 cm² och den andra 1,5 cm². Den vidare skänkeln är tämligen kort, dess mynning är planslipad och ligger i ett vågrätt plan. Mynningen kan täckas av en plan mässingsskiva, som väger 2,88 kg. Man fyller först u-röret med koltetraklorid, tills den kortare skänkeln blivit alldeles fylld. Därefter pålägges mässingsskivan. Hur många cm³ koltetraklorid kan man sedan ytterligare hälla i den smala skänkeln, utan att mässingsskivan avlyftes. Båda skänklarna är vertikala. Koltetrakloridens täthet är 1,6 g/cm³. Enkel figur erfordras.
2. En gevärskula avskjutes i horisontell riktning från ett 10 m högt torn och träffar den vågräta marken 1000 m från tornets fot. Med vilken hastighet lämnar kulan geväret, om man vid beräkningen ej behöver ta någon hänsyn till luftmotståndet? Accelerationen vid fritt fall antas vara 9,8 m/sek².

3. En 30 cm lång, jämntjock järntråd böjes så, att den bildar en spetsig vinkel ABC. AB är 10 cm och BC alltså 20 cm. Vinkelns storlek är så avpassad, att om tråden upphänges fritt i A, ställer sig BC horisontellt. Vinkelns storlek är tydligen bestämd, om man känner avståndet från A till BC. Beräkna detta avstånd. Enkel figur erfordras.
4. En syrgasbehållare har en volym av 10,0 l. Gasens temperatur är +13° C och dess tryck 16,0 at. Kranen till behållaren öppnas men stänges strax igen. Efter en stund, då temperaturen hos gasen åter är +13° C, är trycket i behållaren 12,6 at. Beräkna vikten av den utsläppta gasen. Vid 0° C och trycket 1 at väger 1 l syrgas 1,38 g. Gasernas värmeutvidgningskoefficient är $^1/_{273}$. 1 at=1 kp/cm^2.
5. I en elektrisk vattendestillationsapparat bortkokas 5 l vatten per timme. Vatten av 10° C tillföres därvid i en jämn ström, och kokningen försiggår vid 100° C. Vilken elektrisk effekt, uttryckt i kW, fordras för driften, om man räknar med att 85 % därav kommer uppvärmningen och kokningen tillgodo? Vattnets ångbildningsvärme är 540 cal/g och 1 W=0,24 cal/sek.
6. På ett laboratorium har man beslutat ändra en galvanometer till en amperemeter. Galvanometerns motstånd har man undersökt och funnit vara 7,38 ohm, och instrumentet kan mäta strömstyrkor upp till 16,0 mA. Man ämnar löda fast en shunt mellan instrumentets klämskruvar, så avpassad, att galvanometern gör fullt utslag för en ström av 1,0 A i huvudledningen. Shunten skall förfärdigas av en konstantantråd, vars motstånd per meter är 2,40 ohm. Hur lång skall denna konstantantråd tagas? Kopplingsschema erfordras.
7. En person har iordningställt en försöksapparat, som kräver 30 V och har motståndet 20 ohm. Han kopplar apparaten i serie med ett motstånd till en väggkontakt, som lämnar 110 V likström. Hur stor effekt förbrukar förkopplingsmotståndet? Kopplingsschema erfordras.
8. Ett ackumulatorbatteri, bestående av tre seriekopplade likadana celler, laddas med 5,0 A. Därvid visar en mellan batteriets poler inkopplad voltmeter med stort motstånd 7,5 V. När samma batteri urladdas med 2,0 A, visar voltmetern 7,0 V. Beräkna inre motstånd och emk i varje cell, under förutsättning att de är lika vid laddning och urladdning. Kopplingsschema erfordras.

Resultat: **1.** 75 cm^3 **2.** 700 m/sek. **3.** 6 cm. **4.** 44,8 g. **5.** 4,3 kW. **6.** 5 cm. **7.** 120 W. **8.** $\frac{1}{42}$ ohm; $2\frac{8}{21}$ V.

Trettioåttonde årgångens innehåll
1955

Adell, B. Fryspunktsnedsättning, kokpunktsförhöjning och osmotiskt tryck i gymnasiets kemiundervisning 11

— Föreningen i Lund för matematisk-naturvetenskaplig undervisning: möten i april och i nov. 1955 ..... 114, 260

Agrelius, R. Anm. av Bohlin, Elektricitetslära och elektroteknik (65), Bohlin, Räkneuppgifter i elektroteknik (285)

Alton, J. och Linde, H. Från solförmörkelsen sommaren 1954 101

Andersson, J. Mersenneska primtalsjättar 83

— En diofantisk uppgift i grafisk belysning 165

— Om fjärdegradsparabeln 241

— Thévenins sats (42), Om härledningen av gitterekvationen (44), Uppg. 7 i studentexamen, specialkurs, nov. 1954 (112)

— Anm. av Combes, Exercices et problèmes de mathématiques avec solutions (52), Thébault, Parmi les belles figures de la géométrie dans l'espace (267).

Arvidsson, G. Om MKSA-systemets användning vid elementär fysikundervisning 17

Avellén, S. En vätskelins med variabel brännvidd 89

Beckman, Inga-Britt & Beckman, T. En apparat för demonstration av Boyles lag 183

Beckman, O. Relative intensities of the X-ray K lines of heavier elements (autoref. av gradualavh.) 266

Bengtsson, B. Å. Anm. av Withey/Washa, Materials of Construction (281), Mills/Hayward/Rader, Materials of Construction (281)

Bergenlid, U. Anm. av Garrett, Magnetic Cooling 275

Bergström, V. Anm. av Selmer, Differensial- og integralregning 55

Björck, G. Anm. av Kowalewski, Einführung in die Determinantentheorie (53), Riesz, Leçons d'analyse fonctionelle (269)

Blom, G. Anm. av Fryer, Elements of Statistics (54), Hoel, Introduction to Mathematical Statistics (54), Woodward, Probability and Information Theory (54), Doob, Stochastic Processes (122), Blanc-Lapierre/Fortet, Théorie des fonctions aléatoires (122), Lévy, Théorie de l'addition des variables aléatoires (123), Pearson/Hartley, Biometrika Tables for Statisticians (124).

Bolin, I. Kemistdagar i organisk kemi i Göteborg 45

Brattsten, Inger. Continuous zone electrophoresis by crossed velocity fields in a supporting medium (autoref. av gradualavh.) 265
Broman, A. Anm. av D'Ocagne, Histoire abrégée des sciences mathématiques 198
Bruno, B. Nobelpriset i fysik 1954. Max Born 7
Bäckström, H. Skärpedjupsfrågan vid fotografisk avbildning 233
Carleson, L. Anm. av Cooke, Linear Operators 202
Dahlin, E. Anm. av Doughtie/James, Elements of Mechanism (76), Levens, Graphics in Engineering and Science (128), Laurson/Cox, Mechanics of Materials (132), Hudson, Conveyors and Related Equipment (205), Gustafsson, Maskinelement (206).
Danielson, E. Anm. av Glas, Likströmslära och Glas, Växelströmslära 64
Danielsson, G. Faktorer till talen $n! \pm 1$ och $P_n \pm 1$ 45
Danver, C.-G. Anm. av Sundorph/Hjerting, Astronomi och Gjelsvik, Matematisk geografi 134
Drake, B. Chromatography combined with automatic recording of electrolytic conductivity (autoref. av gradualavh.) 262
Edstrand, Maja. X-Ray Studies on Antimony (III) oxide Halogenides and Some Related Compounds (autoref. av gradualavh.) 192
Ekelund, B., The dipole moment and relaxation times of acetic anhydride and the rotation of its acetyl groups (autoref. av gradualavh.) 50
Elfving, A. och Englund, B. Gasmätrör i kemiundervisningen 177
Englund, B. Anm. av Ewing, Instrumental Methods of Chemical Analysis (135), Jasmund, Die silikatischen Tonminerale (216), Hermans, Introduction to Theoretical Organic Chemistry (282).
Erlandsson, G. A microwave spectrometer and its applications to some organic molecules (autoref. av gradualavh.) 190
Forsling, W. Anm. av Lenihan, Atomic Energy and its Applications ... 276
Forsner, Th. Anm. av Gustafsson, Beskrivande maskinlära 214
Frick, G. Studies on desoxyribonucleoprotein and desoxyribonucleic acid (autoref. av gradualavh.) 116
Ganelius, T. Anm. av Hoheisel, Partielle Differentialgleichungen 124
Gelotte, B. Activin, a low-molecular-weight substance in the contractile element of muscle (autoref. av gradualavh.) 117
Glas, E. Anm. av Goudet, Les fonctions de Bessel (199), Lewis/Wells, Millimicrosecond Pulse Techniques (211).
Gráf, T. Nobelpriset i fysik 1954. Walther Bothe 77
Groth, B. Anm. av Whitby, Synthetic Rubber 131
Grundström, B. Anm. av Johnson, Physical Meteorology 209
Gussing, T. Anm. av Le Bel, Magnetisk inspelning på band och tråd, Bellander, Grammofonavspelning i teori och praktik 272

Gustaver, B. Föreningen för matem. naturv. undervisning. Från årsmötet i jan. 1955 (47). Medd. om årsmöte i jan. 1956 (261).
Günther, G. Anm. av Luminiscence with Particular Reference to Inorganic Phosphors. (Föredrag vid den internationella konferensen i Cambridge 7—10 april 1954) 273
Hall, T. Anm. av Van der Waerden, Science Awakening 121
Hellström, H. Elektrometer för skolförsök 9
Hjalmars, S. En diskutabel motivering för maximum och minimum 179
— Anm. av Faxén, Mekanik, Statik 55
Hyltén-Cavallius, C. Some theorems concerning trigonometrical polynomials (autoref. av gradualavh.) 195
Ingelstam, E. Anm. av Curry, Geometrical Optics (64), Bruhat, Optique (125), Linfoot, Recent Advances in Optics (278), Vogl, Instrumentaloptik (278).
Johansson, A. Anm. av Mavrodineanu/Boiteux, L'analyse spectrale quantitative par la flamme 284
Jonsson, C. V. Anm. av Lichnerowicz, Théorie relativistes de la gravitation et de l'électromagnétisme (270), Einstein, Sur l'électrodynamique des corps en mouvement (271).
Jönsson, T. Anm. av Reports on Progress in Physics, Vol. XVII (57), Applied Electronics (58), Static Electrification (59), Gibbs-Smith, A History of Flying (136), Dean, Report on the Atom (203), Jay, Britain's Atomic Factories (203), Rotblat, Atomic Energy (203), Smithsonian Physical Tables (204), Jay, Atomic Energy Research at Harwell (277), Laura Fermi, Atoms in the Family. My Life with Enrico Fermi (277).
Kelen, A. Spontane termiske fluktuasjoner som grense for måleinstrumenters nøyaktighet 93
Kellström, G. Modell till inklinationsnål 181
Kjellberg, G. Anm. av Cossa, La cybernétique 200
Kredell, B. Anm. av Erdélyi/Magnus/Oberhettinger/Tricomi, Higher Transcendental Functions 268
Larsson, K.-E. A systematic study of methods to measure a neutron flux absolutely (autoref. av gradualavh.) 196
Larsson-Leander, G. A study of Nova DK Lacertae (1950), (autoref. av gradualavh.) 118
Leide, A. Anm. av Nilsson, Fysik, del I för reallinjen 206
Lennander, S. Measurements of electron diffraction intensities by means of Geiger counters (autoref. av gradualavh.) 49
Linde, H. och Alton, J. Från solförmörkelsen sommaren 1954 101
Linde, J. O. Anm. av London, Superfluids, Vol. II 275
Lindholm, E. Anm. av Braddick, The Physics of Experimental Method 202

Lindstad, O. Noen vekselstrømsforsök i skolen 229
Ljunggren, T. Om tröghetskrafter 253
— Anm. av Sutton, Mathematics in Action 120
Lundqvist, N. E. Materiel för undervisning i elektronik 107
Lundqvist, S. A study of some properties of ionic crystals 197
Lönnqvist, O. On the estimation of long-wave effective radiation (autoref. av gradualavh.) 193
Magnéli, A. Nobelpriset i kemi 1954. Linus Pauling 1
— Anm. av Klug/Alexander, X-Ray Diffraction Procedures for Polycrystalline and Amorphous Materials 126
Melander, L. Anm. av Kofler/Kofler, Thermo-Mikro-Methoden zur Kennzeichnung organischer Stoffe und Stoffgemische 62
Nilsson, A. Färgblandning (102), Ackumulatormodell för laborationer (102), En badboll som gasometer (182).
Nilsson, E. Anm. av Puchstein/Lloyd/Conrad, Alternating-Current Machines (130), Powel, Principles of Electric Utility Engineering (280)
Nilsson, S. B. Anm. av Rocard, L'instabilité en mécanique 57
Nordefeldt, E. Anm. av Gilreath, Qualitative Analysis Using Semimicro Methods (135), Malm/Frantz, College Chemistry in the Laboratory (215), Holleman/Schuler, Einfache Versuche auf dem Gebiete der organischen Chemie (216).
Odqvist, F. Anm. av Green/Zerna, Theoretical Elasticity 129
Riesel, H. Några primtal av formen $h \cdot 2^e - 1$ 91
Ringgren, H. Anm. av Taton, Causalités et accidents de la découverte scientifique 271
Råström, H. Anm. av Hodge/Pedoe, Methods of Algebraic Geometry (53), Denjoy, Mémoire sur la derivation et son calcul inverse (124), Colloque sur les fonctions de plusieurs variables (124).
Råstad, H. En verifisering av lovene for svingende strenger 153
Räntilä, V. Industrikurs för geografi- och kemilärare 16—22 juni 1955 .. 187
Sandgren, L. A Vibration Problem (autoref. av gradualavh.) 194
— Anm. av Baldus/Löbell, Nichteuklidische Geometrie 201
Schock, W. Apparat för bestämning av ekvivalentvikter 44
Siegbahn, K. En lärobok i fysik för universitetsstudier 81
— Anm. av Blackwood/Osgood/Ruark, An Outline of Atomic Physics (277), Hirschfelder/Curtiss/Bird, Molecular Theory of Gases and Liquids (279).
Sihlbom, L. Investigations in the Retene Field and Studies on the Behaviour of Some Nitro-amines when Treated with Hydrochloric Acid (autoref. av gradualavh.) 263
Sjögren, K. Anm. av Kosmos bd 32 210
Sjöqvist, E. Kurs i fysik och kemi för folkhögskollärare 48

Slätis, H. Anm. av Huntley, Nuclear Species 126
Stara, B. L. Finlands matematik- och fysiklärarförbund 20 år 185
Starck, G. Tyndalleffekten. Ett laborationsförsök 87
— Kemisk reaktionshastighet II 174
— Sked för försök i halvmikroskala (110), Metallernas spänningskedja (180).
Stenmark, H. Hur en planetslinga uppkommer 112
— Några astronomiska arbetsuppgifter i skolan 171
Sundén, N. Om indium (III) jonens komplexkemi (autoref. av gradualavh.) 191
Säverborn, S. Anm. av Knöös, Kemi för allmänna linjen 133
Tandberg, J. Anm. av Geilmann, Bilder zur qualitativen Mikroanalyse anorganischer Stoffe (63), Alfvén, On the Origin of the Solar System (127), Doolittle, The Technology of Solvents and Plasticizers (131), Boklund, Kvalitativ biokemisk analys (217), Keyhoe, Flygande tefat (279), Bishop, Från gnistan till lysröret (280).
Tideman, M. Anm. av Haupt/Aumann/Pauc, Differential- und Integralrechnung III 201
Trägårdh, U. Anm. av Vinal, Storage Batteries 285
v. Ubisch, H. Anm. av Faul, Nuclear Geology (212), Rankama, Isotope Geology (212).
Wahlgren, A. Lika potenssummor 37
Weibull, H. Temperaturbestämning med termoelement 157
Werthén, H. Anm. av Zworykin/Morton, Television 60
Vestin, R. Silver and Copper Compounds of Acetylene (autoref. av gradualavh.) 51
Wetterwik, E. Försök med fysikaliska utställningar 161
— Svenska Teknologföreningens rikspremier 189
Wideqvist, S. Anm. av Hecker, Verteilungsverfahren im Laboratorium (217), Openshaw, A Laboratory Manual of Qualitative Organic Analysis (283).
Wilner, T. Försök med Foucaults pendel 245
— Från Atomkonferensen i Genève 250
Åberg, U. Anm. av Hueter/Bolt, Sonics (213), Beranek, Acoustic Measurements (274), Beranek, Acoustics (274).
Åström, H. U. Anm. av Blanc-Lapierre/Perrot, Conductibilité électrique des lames métalliques minces (209), Colombani, Propriétés magnétiques des lames métalliques minces (209).

Under rubriken »Aktuellt»:
Kemistdagar i Göteborg (45); Kurs i fysik och kemi för folkhögskollärare (48); Förevisning av fysikaliska försök och instrument (113); Om kurs i elektronik anordnad av Svenska Kemistsamfundets Analys-

nämnd (115); Finlands matematik- och fysiklärarförbund 20 år (185); Industrikurs för geografi- och kemilärare 16—22 juni 1955 (187); Svenska Teknologföreningens rikspremier (189); Nordiskt kemistmöte i Aarhus 21—26 aug. 1956 (261); Föreningen för matem. naturv. undervisning, årsmöte i Stockholm i jan. 1955 (47), preliminärt medd. om årsmöte i Uppsala i jan. 1956 (261); Föreningen i Lund för matem. naturv. undervisning, vår- och höstmöten (114, 260).

Matematiska uppgifter (red. av S. Bågman) 66, 138, 220, 286
Matem. och fysikaliska uppg. vid studentskrivningar och fyllnadsprövningar 1955: jan. (69), mars (141), aug. (223), nov. (289).
Provräkning i realexamen vt och ht 1955 ..... 147, 294
Praktisk realexamen vt och ht 1955: Uppg. för maskinteknisk linje fysik (149, 295), i maskin- och byggnadslära (151, 297). Uppg. för kemisk-teknisk linje i kemi och laborationsteknik (150, 297).

Gradualavhandlingar (autoreferat): O. Beckman (266); Inger Brattsten (265); B. Drake (262); Maja Edstrand (192); B. Ekelund (50); G. Erlandsson (190); G. Frick (116); B. Gelotte (117); C. Hyltén-Cavallius (195); K.-E. Larsson (196); G. Larsson-Leander (118); S. Lennander (49); S. Lundqvist (197); O. Lönnqvist (193); L. Sandgren (194); L. Sihlbom (263); N. Sundén (191); R. Vestin (51).

Lund 1955, Håkan Ohlssons boktryckeri.

Kemi med laboratorieteknik för kemisk-teknisk linje

1. Angiv namn och kemiska formler för minst två olika oxider av bly.
2. Vilka a) klorider b) sulfat av metaller är svårlösliga i såväl vatten som utspädda starka syror?
3. Redogör för någon metod, enligt vilken man kvalitativt kan påvisa väteperoxid i en lösning.
4. Vilka grupper karaktäriserar a) primära b) sekundära alkoholer? Vilka typer av föreningar bildas vid oxidation av respektive alkoholer?
5. Angiv kemiska formler för a) glycerin b) palmitinsyra c) fenol d) glykos.
6. I en vattenlösning av ett prov finnes följande joner: Hg^{2+}, Cu^{2+}, Ba^{2+}, Ca^{2+}, NO_3^{1-}, Cl^{1-}. Redogör för hur man kvalitativt påvisar dessa joner.
7. Hur många gram 95 %-ig fast natriumhydroxid skall lösas i vatten för att lösningen efter utspädning till 500 ml skall bliva 0,12 N med avseende på NaOH?
8. Beräkna hur många gram rent kalciumkarbonat och ml 20 %-ig saltsyra (täthet=1,1) som teoretiskt åtgår till framställning av 50,0 g kristalliserad kalciumklorid, $CaCl_2 6H_2O$.
9. 0,22 g KCl löses i vatten. Lösningen förbrukar vid titrering 24,8 ml silvernitratlösning. Beräkna a) normaliteten för silvernitratlösningen b) gram silvernitrat som finnes i 1 liter lösning.
10. 25,0 ml 0,1 N $KMnO_4$-lösning surgöres med utspädd svavelsyra. Lösningen försättes med kaliumjodid i överskott, varvid följande reaktion äger rum: $2KMnO_4+10KJ+8H_2SO_4=6K_2SO_4+2MnSO_4+8H_2O+5J_2$. Till titrering av den härvid frigjorda joden åtgår 20,5 ml natriumtiosulfatlösning. Beräkna normaliteten för natriumtiosulfatlösningen. Angiv fullständig reaktionsformel, då jod och natriumtiosulfat reagerar.

Resultat: **7.** 2,53 g. **8.** 22,8 g; 76 ml. **9.** a) 0,119 N; b) 20,20 g. **10.** 0,122 N; $2Na_2S_2O_3+J_2=2NaJ+Na_2S_4O_6$. — Erforderliga atomvikter var angivna.

Beskrivande maskin- och byggnadslära för maskin-teknisk linje

1. I en maskin för massfabrikation pressas ur 2 mm tjock plåt 30 mm långa och 15 mm breda brickor. Brickorna är vid ena änden halvcirkelformigt avrundade. Radien i denna halvcirkel är sålunda 7,5 mm. a) Beräkna den tryckkraft, som erfordras i maskinens pressverktyg. Brottgränsen för ifrågavarande material (stålplåt) är 3200 kp/cm². b) Hur stor blir tryckpåkänningen i pressverktyget?

2. Vid bärgning av ett kubiskt cementblock med 2 m sida lyftes detta ur vattnet med sidokanterna lodräta. Lyftblocket uppbars av en stålwire, som bestod av 84 trådar med 1,4 mm diameter. När blocket var halvvägs uppe ur vattnet, brast wiren. Hur stor var dennas brottspänning? Cementens täthet = 2,5 kg/dm³ och vattnets kan sättas = 1 kg/dm³.
3. Vid Niagarafallen i Amerika lämnar det s. k. Hästskofallet en medelvattenmängd av 5600 m³/sek vid ca 50 m fallhöjd. Hur stor effekt i kW motsvarar detta, om man tänker sig en turbinverkningsgrad = 88 % och en generatorverkningsgrad = 94 %?
4. Vid en förbränningsmotor bortföres med kylvattnet en tredjedel av den värmemängd, som tillföres motorn med bränslet. Hur mycket kylvatten cirkulerar per timme i en bilmotor, som vid 25 % verkningsgrad avger 40 hk, då det ingående kylvattnet har en temperatur av 78° C och det utgående vattnets temperatur är 85° C?
5. En encylindrig 2-takts dieselmotor avger vid 800 varv per minut 12 hk. Verkningsgraden är 30 %. Dieseloljans värmevärde=10 280 kcal/kg och dess täthet = 0,83 kg/dm³. Hur många cm³ bränsle tillför bränslepumpen cylindern vid varje pumpslag?
6. I avsikt att bestämma elasticitetsmodulen för ett stål upplägges en stång med kvadratisk sektion och sidan = 1 cm på två stöd på 60 cm avstånd samt belastas med olika vikter på mitten, varvid följande nedböjningar för mittpunkten uppmätes med mikrometer

Vikt i kg:	2	4	6	8	10
Nedböjning i mm:	0,6	1,0	1,5	2,1	2,6

   Lägg in dessa punkter i ett koordinatsystem och rita in en rät linje, kring vilken de avlästa värdena grupperar sig så nära linjen som möjligt. Denna linje ger goda medelvärden av nedböjningarna vid olika belastningar. Tag ut ett värdepar från linjen och beräkna elasticitetsmodulen.
7. En 25 hk elmotor driver vid n=1450 r/min en dubbel kuggväxel. Växelns drev har 20 respektive 25 kuggar och hjulen 102 respektive 118 kuggar. Bestäm diametern på den utgående axeln, vars varvtal sålunda nedväxlats. Tillåten vridpåkänning=450 kp/cm².
8. Gör en fullständig arbetsritning av ett kugghjul enligt följande beskrivning: Ytterdiametern=40 mm. Kuggbredden=20 mm. Kuggantalet=14. Axeln, på vilken kugghjulet är uppkilat, har diametern 15 mm. Kilspåret är av standardutförande. Skala 2:1. Endast två kuggprofiler behöver uppritas i den ena projektionen.

Resultat: **1.** a) 5350 kp; b) 1255 kp/cm². **2.** 12 400 kp/cm². **3.** 2 270 000 kW. **4.** 4820 kg. **5.** 0,062 cm³/slag. **6.** 2 100 000 kp/cm². **7.** 70 mm.

Insänd litteratur

John Wiley & Sons, Inc., New York; Chapman & Hall Ltd., London 1955:
Y. C. Fung, *An Introduction to the Theory of Aeroelasticity.* Calcit Aeronautical Series. Pp. 490, $ 10.50.
A. Guinier / G. Fournet (Paris), *Small-Angle Scattering of X-Rays.* Translation by C. B. Walker, Pp. 268, $ 7.50.
P. G. Andres / H. J. Miser / H. Reingold, *Basic Mathematics for Science and Engineering.* Pp. 846, $. 6.75.
F. H. Miller, *College Algebra and Trigonometry,* Sec. Ed. Pp. 342, $ 4.50.
R. R. Slaymaker, *Bearing Lubrication Analysis.* Pp. 108, $ 5.00.
H. C. Geppinger, *Dimensional Motion Times.* Pp. 100, $ 4.00.
Abstracts of the Literature on Semiconducting and Luminescent Materials, 1954 Issue. Pp. 200, $ 5.00.

G. Salmon, *A Treatise on Conic Sections,* 6th Ed. Chelsea Publishing Company, New York 1954, Pp. 399, $ 1.94.
F. Klein, et al., *Famous Problems of Elementary Geometry,* and other monographs. Chelsea Publishing Co., New York 1955, Pp. 92+127+ +71+31, $ 3.25.
E. W. Hobson, et al., *Squaring the Circle,* and other monographs. Chelsea Publishing Co., New York 1953, Pp. 57+143+110+51, $ 3.25.
The Rockefeller Foundation, Annual Report 1954. Pp. 145, New York 1955.
J. Yarwood, *High Vacuum Technique,* 3rd Ed., Chapman & Hall, London 1955, Pp. 208, 25 s. net.
W. E. Garner (Editor), *Chemistry of the Solid State.* Butterworths Scientific Publications, London 1955, Pp. 417, 50 s. net.
P. A. Starrock, *Static and Dynamic Electron Optics.* Cambridge Univ. Press 1955, Pp. 240, 30 s. net.
D. J. Littler / J. F. Raffle, *An Introduction to Reactor Physics.* Pergamon Press, London 1955, Pp. 196, 25 s. net.
J. Sharpe, *Nuclear Radiation Detectors.* »Methuens Monographs etc.», London 1955, Pp. 179, 11 s. 6 d. net.
K. F. Smith, *Molecular Beams.* »Methuens Monographs etc.», London 1955, Pp. 133, 8 s. 6 d. net.
Reports on Progress in Physics, Vol. XVIII. The Physical Society, London 1955, Pp. 477, £ 2 10 s. net.
Science Progress, A Quarterly Review of Scientific Thought, Work and Affairs, Vol. XLIII: April, July, October 1955. E. Arnold, London. By Post: Single Number 10 s. 6 d., Annual Subscription £ 2.11.4.
Discovery, Magazine of Scientific Progress, Vol. XVI: 6—11 (June—November 1955), Jarrold & Sons, Norwich. Single Number 2/—.
Ph. Pluvinage, *Éléments de mécanique quantique.* Masson & Cie, Paris 1955, 548 p., broché 4000 fr., cartonné 4600 fr.
Colloque sur l'analyse statistique (Bruxelles 15—17 déc. 1954). Masson & Cie, Paris 1955, 187 p., 1900 fr.
R. Damien, *Théorème sur les surfaces d'onde en optique géométrique.* Gauthier-Villars, Paris 1955, 34 pages avec figures, 900 fr.
Silicium/Schwefel/Phosphate, Colloqium Münster/Westfalen 2.—6. Sept. 1954. Verlag Chemie, Weinheim/Bergstr. 1955, 292 S., DM 24.—
Dölp / Netto, *Grundzüge und Aufgaben der Differential- und Integralrechnung,* 22. Aufl. A. Töpelmann, Berlin 1955, 201 S., DM 4.80.

H. VON SANDEN, *Praxis der Differentialgleichungen.* 4. Aufl., W. de Gruyter & Co., Berlin 1955, 144 S., DM 6.80.

E. KAMKE, *Mengenlehre.* Dritte Aufl. »Sammlung Göschen», Bd 999/999a, W. de Gruyter & Co., Berlin 1955, 94 S., DM 4.80.

TH. SUNDORPH, *Varmelære for gymnasiet,* ved L. Christiansen og A. Juhl. Petersen. 9. udg. Gyldendal, København 1955, 70 s.

F. GLAVEN, *Om metoder for afstemninger og valg.* Dansk Videnskabs Forlag, København 1955, 152 s., dkr. 16: —.

TH. SUNDORPH / H. JEPSEN, *Fysik for seminarier,* 10. udg. ved F. Hjerting. Gyldendal, København 1955, 184 s.

H. JEPSEN / F. HJERTING, *Fysiske skoleforsøg for seminarier.* Metodik og øvelsesvejledning. Gyldendal, København 1955, 76 s.

W. SOMMERFELD, *Spørsmål til pensum i fysikk.* Bygd på 8. utg. av Bruun/ Devik, Lærebok i fysikk for realskolen. 40 s.

— *Spørsmal til pensum i kjemi.* Bygd på 12. utg. av Bruun, Lærebok i kjemi for den høgre skolen. 48 s. O. Norlis Forlag Oslo 1953 o. 1955.

Statens Naturvetenskapliga Forskningsråds Årsbok. Åttonde årg. 1953/1954. Stockholm 1955. Nordiska Bokhandeln i distr., 229 s., kr. 10: —.

GEORG VOGEL, *Instrumentaloptik.* Forum, Stockholm 1955, 188 s., kr. 19: 50.

FR. EHRNST, *Matematik,* för reallinjens biologiska gren. Almqvist & Wiksell, Stockholm 1955, 188 s., kr. 9: 50.

BENGT E. NILSSON, *Fysik för realskolan,* Del 1, 80 s., kr. 2: 25. Del 3 av NILSSON / DANVER, 94 s., kr. 2: 50. Natur & Kultur, Stockholm 1955.

C. E. SJÖSTEDT / S. THÖRNQVIST, *Funktionslära,* för reallinjens matem. gren. Natur & Kultur, Stockholm 1955, 206 s., kr. 9: 15.

E. COLERUS, *Från punkten till fjärde dimensionen.* Övers. av B. Lindwall. Natur & Kultur, Stockholm 1955, 336 s., kr. 21: 50.

LUNDHOLM / LOWE / MATTSSON, *Exempelsamling i matematik.* Åttonde skolåret. Gleerups, Lund 1955, 96 s., kr. 1: 95.

O. CARLI, *Vardagsräkning.* Ehlins/Folkbildningsförlaget, Stockholm 1955, 226 s., kr. 6: 40.

Lista över löpande utländska tidskrifter och seriepublikationer inom teknik, arkitektur, farmaci, industriell ekonomi och organisation samt matem., fysik, kemi, som finns i svenska bibliotek 1955, utg. av K. Tekniska Högskolans bibliotek, kr. 15: —.

Å. WALLENQUIST, *Planeten Mars.* Almqvist & Wiksell, Stockholm 1955, 104 s., kr. 9: 50.

Svenska Bokförlaget, Stockholm 1955:

ALMKVIST / BESKOW m. fl., *Fysik för realgymnasiet.* I. Mekanik för R I^4 och R I^3 av Göran Beskow. 74 s., kr. 4: —.

ALMKVIST / KNAVE / LINDHOLM, *Fysik för enhetsskolan och realskolan.* Optik, 37 s., kr. 2: 25.

NYSTRÖM / OLSON, *Kortfattad funktionslära och analytisk geometri.* För gymnasiets biologiska och sociala grenar. 70 s., kr. 4: 25.

HEDSTRÖM / RENDAHL / EKBOM, *Algebra och plangeometri.* För realgymnasiets två första ringar. Nionde uppl. 264 s., kr. 7: 50.

HEDSTRÖM / RENDAHL / EKBOM, *Trigonometri.* För allm. linjens sociala gren, 52 s., kr. 2: —.

HEDSTRÖM / RENDAHL, *Funktionslära och analytisk geometri.* För reallinjens matem. gren. 2:a uppl., omarb. av L. Ekbom och S. Hilding, 211 s., kr. 10: 50.

Nytt i fysik och kemi

Lönnqvist

Astronomi G 3:75

Almkvist
Beskow
Herlin
Knave
Wetterblad

Fysik för realgymnasiet

1. Mekanik av *Göran Beskow* G 4:—

2. Värmelära av *Ernst Herlin*
Utkommer i början av vt

Almkvist
Knave
Lindholm

Fysik

för enhetsskolan och realskolan. Optik G 2:25

Avsnitten Allmän fysik och Astronomi (klass 7)
Utkommer under vt

Beckman
Wetterblad
Lindahl

Fysik

för enhetsskolan. Optik G 2:25

Wahlström
Nilsson

Studentuppgifter i fysik t. o. m. VT 1955

Urval med svar och anvisningar 3:50

Leden
Lundberg

Lärobok i kemi

för gymnasiets allmänna linje, ringarna AI^4, AII^4, AI^3 (utarbetad på grundval av *Böös-Lundberg-Leden*, Lärobok i kemi för realgymnasiet) G 4:50

Av samma författare utkommer i början av vårterminen
Lärobok i kemi för gymnasiets allmänna linje, sociala grenen.

SVENSKA BOKFÖRLAGET

SKOLBOKCENTRALEN
David Bagares gata 20 · Stockholm
Tel. 23 69 80 · Postgiro 551 60

S B F

Utställning
Lärarexemplar
Rekvisitioner

Utställning även Parkgatan 19, Göteborg

Hamngatan 4, Malmö

NYHET!

EXPERIMENTSATS I ALLMÄN FYSIK

En ny länk i Norstedts succéserie av experimentsatser. I en enda låda har Ni all den materiel Ni behöver för att utföra kursplanens demonstrationer och laborationer. Detaljerna är konstruerade att tåla omild behandling, och försöken tar blott några sekunder att ställa i ordning. Dessutom kan Ni vara säker om att få experimenten åskådliga och instruktiva. Experimentsatsen är avsedd för folkskolan, realskolan och med vissa kompletteringar även för gymnasiet.

Norstedts Skolavdelning

Lilla Nygatan 13	Parkgatan 19	Hamngatan 4
23 29 70	13 92 93	97 70 90
Stockholm	Göteborg	Malmö

LUND 1955. HÅKAN OHLSSONS BOKTRYCKERI